

Die spezielle Relativitätstheorie

Die spezielle Relativitätstheorie wurde 1905 von Albert Einstein begründet. Sie ist Teil der 1905 von Einstein ins Rollen gebrachte Revolution der Physik. Dieser Text soll kurz in die Theorie Einsteins einleiten, um einige aus der Relativitätstheorie hervorgegangenen Zusammenhänge ohne großen mathematischen Aufwand verständlich und nachvollziehbar zu beschreiben. Diese kurze Einführung erhebt dabei nicht den Anspruch der Vollständigkeit.

1. Licht

In den vergangenen 150 Jahren wurden viele Experimente zur Erforschung der Natur des Lichtes gemacht. Diese Experimente sollen in diesem Text nicht im Mittelpunkt stehen - wichtig für die Relativitätstheorie sind die daraus abgeleiteten Folgerungen:

- a) Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt: $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$

Mit Lichtgeschwindigkeit meine ich in Zukunft immer die Geschwindigkeit des Lichtes im Vakuum.

- b) Die Lichtgeschwindigkeit ist **immer** konstant.

Hinweis: Wer sich hier genauer informieren möchte, der kann sich hinsichtlich a) z.B. über die berühmten Experimente von Foucault (1862) und Frizeau (1849) informieren. Hinsichtlich b) ist das Michelson-Morley-Experiment von Interesse.

Beispiel zu b):

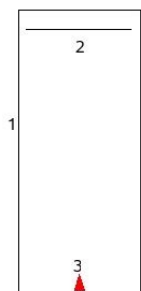
Wir denken uns einen Bahnhof. Dort steht ein Beobachter, der einen mit 30 m/s vorbeifahrenden Zug beobachtet. In dem Zug wirft jemand einen Ball mit 10 m/s in Fahrtrichtung. Für den außenstehenden Beobachter addiert sich zu der Geschwindigkeit des Balles die Geschwindigkeit des Zuges - der Ball bewegt sich also mit 40 m/s.

Bei Licht verhält sich dies anders: Angenommen, die Person im Zug leuchtet mit einer Taschenlampe in Fahrtrichtung. Normalerweise sollte man nun annehmen, dass sich das Licht, vom außenstehenden Beobachter aus betrachtet, nun mit $30\text{ m/s} + c$ bewegt.

*Ähnlich aufgebaute Experimente zeigen jedoch, dass auch der außenstehende Beobachter eine Lichtgeschwindigkeit von c , als von $299\,792\,458\text{ m/s}$ misst. Auch, wenn dies zunächst verwirrend erscheint - die Lichtgeschwindigkeit ist **immer und überall** konstant c . Dies folgt aus allen bisher dazu gemachten Experimenten.*

Alle kommenden Schlussfolgerungen folgen ausschließlich aus der Eigenschaft b) von Licht, die aus bisher jeder gemachten Beobachtung folgt.

2. Die Lichtuhr

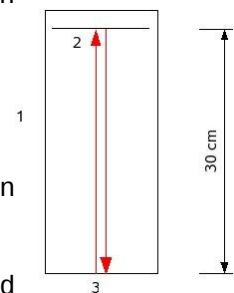


Eine *Lichtuhr* (1) besteht aus zwei für uns wichtigen Bauteilen:

- Einem *Laser* (3) am unteren Ende der Lichtuhr
- Einem *Spiegel* (2) am oberen Ende.

Funktion (rechte Abbildung):

- Der Laser sendet ein kurzes Lichtsignal in Richtung Spiegel aus.
- Dort wird es zum Laser zurückreflektiert.
- Sobald das Signal am Laser zurückkommt, wird ein neues Signal ausgesendet, u.s.w.



Beispiel: Nehmen wir an, der Abstand vom Laser zum Spiegel beträgt 0,3 Meter. Dann benötigt das Licht, um einmal zum Spiegel zu gelangen und zurück, die Zeit:
$$t = \frac{s}{v} = \frac{2 \cdot 0,3\text{ m}}{299\,792\,458\text{ m/s}} \approx 0,000000002 = 2\text{ ns}$$

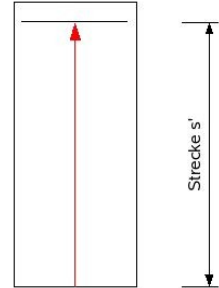
Ein Takt einer solchen Uhr dauert also 2 Nanosekunden.

3. Die Zeitdilatation

Die erste Merkwürdigkeit, die wir jetzt aus der Relativitätstheorie kennen lernen, ist die Zeitdilatation. Sie folgt aus Eigenschaft b) des Lichtes. Dazu ein Gedankenexperiment:

Wir stellen uns einen Bahnhof vor. Am Bahnsteig steht ein Beobachter, nennen wir ihn Genadij, der einen mit der **Geschwindigkeit v** vorbeifahrenden Zug beobachtet. Im Zug selbst sitzt ein zweiter Beobachter, der Johannes. Johannes hat eine Lichtuhr bei sich.

Johannes beobachtet: Die **Zeit t'**, die der Lichtstrahl vom Laser, am unteren Ende der Lichtuhr, zum Spiegel, am oberen Ende, benötigt, hängt von der **Länge s'** der Strecke Laser-Spiegel ab. Es gilt das Weg-Zeit-Gesetz.

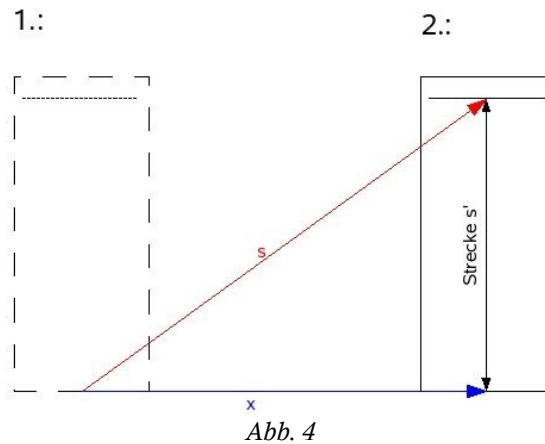


$$s' = c \cdot t' \quad [A]$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist.

Die Formel [A] gilt für Johannes, da sich die Lichtuhr relativ zu ihm nicht bewegt.

Genadij beobachtet ebenfalls die Lichtuhr, während der Lichtstrahl vom Laser zum Spiegel unterwegs ist - nur befindet sich die Uhr dabei im fahrenden Zug. Sie bewegt sich also mit der Geschwindigkeit v an Genadij vorbei. Während der Lichtstrahl also vom Laser zum Spiegel unterwegs ist, bewegt sich die Lichtuhr selbst um die Strecke x:



In obiger Abbildung (Abb. 4) befand sich die Lichtuhr an Position 1, als der Lichtstrahl abgestrahlt wurde, und befindet sich an Position 2, wenn der Lichtstrahl den Spiegel erreicht. Das Licht legt also - von Genadij aus betrachtet - die Strecke s zurück.

Die Lichtgeschwindigkeit ist nach Eigenschaft b) **immer** konstant c. Wie oben deutlich sichtbar, legt das Licht aus der Sicht von Genadij eine längere Strecke (s) zurück, als aus der Sicht von Johannes (s'). Da die Lichtgeschwindigkeit konstant ist, benötigt das Licht also von Genadij aus gesehen länger, um vom Laser zum Spiegel zu gelangen, als aus der Sicht des im Zug sitzenden Johannes, da es eine längere Strecke zurück legen muss.

Wir nennen die Zeit, die der Lichtstrahl - vom Bahnsteig (Genadij) aus gesehen - benötigt **t**. Dann folgt aus dem Weg-Zeit-Gesetz:

$$s = c \cdot t \quad [B]$$

In der selben Zeit t legt die Lichtuhr im Zug die Strecke x zurück:

$$x = v \cdot t \quad [C]$$

Wir wollen nun eine Beziehung herstellen zwischen der Zeit t' , die der Lichtstrahl aus der Sicht von Johannes vom Laser zum Spiegel braucht, und der Zeit t , die der Lichtstrahl aus der Sicht von Genadij für die Strecke Laser-Spiegel benötigt. Dazu wenden wir auf Abb. 4 den Satz des Pythagoras an:

$$s^2 = s'^2 + x^2$$

Einsetzen der Formeln [A], [B], [C] ergibt:

$$(c \cdot t)^2 = (c \cdot t')^2 + (v \cdot t)^2$$

Diese Gleichung formen wir nun nach t' um:

$$\Rightarrow c^2 \cdot t'^2 = c^2 \cdot t^2 - v^2 \cdot t^2$$

$$\Rightarrow c^2 \cdot t'^2 = (c^2 - v^2) \cdot t^2$$

$$\Rightarrow t'^2 = \frac{c^2 - v^2}{c^2} \cdot t^2$$

$$\Rightarrow t'^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot t^2$$

... beidseitiges Wurzel ziehen liefert die Lösung:

$$t' = \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot t^2}$$

$$t' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot t \quad [D]$$

t' ist die Zeit, die der Lichtstrahl vom Laser zum Spiegel benötigt, wenn die Lichtuhr relativ zum Beobachter ruht. t ist die Zeit vom Laser zum Spiegel, wenn sich die Lichtuhr relativ zum Beobachter bewegt.

Aus [D] folgern wir:

- Für $v=0$ steht der Zug still. Hier ist $t' = t$
- Für $v>0$ fährt der Zug am Bahnhof vorbei. Hier ist $t' < t$.

Verständnis: Was bedeutet das hergeleitete Ergebnis?

Offenbar hängt die Dauer eines Prozesses davon ab, ob er relativ zu dem Beobachter bewegt abläuft.

Es handelt sich bei der betrachteten Lichtuhr um eine Uhr, die offenbar langsamer tickt, wenn sie sich relativ zu dem Beobachter bewegt.

Aus der Sicht von Genadij, der den vorbeifahrenden Zug beobachtet, bedeutet dies: Da sich für ihn die Lichtuhr im Zug bewegt, tickt sie langsamer, als eine zu Genadij ruhende Uhr ticken würde. Damit vergeht aus seiner Sicht die Zeit im Zug langsamer, als am für ihn ruhenden Bahnsteig.

Weil dadurch - aus der Sicht von Genadij - alle Prozesse im Zug langsamer ablaufen als am Bahnsteig, trifft dies auch auf den Alterungsprozess von Johannes zu.