

Table of Contents

1 Gearboxes general.....	8
2 Involute toothing.....	9
2.1 Involute.....	9
2.1.1 Definition.....	9
2.1.2 Calculation of an involute.....	10
2.2 Properties of the involute toothing.....	12
2.3 Manufacturing of a gear wheel.....	13
2.4 Reference profile of involute toothing.....	15
2.5 Profile shifting.....	17
3 Equations for involute toothing.....	20
3.1 Reference profile.....	20
3.2 Center distance.....	21
3.3 Zero center distance.....	21
3.4 Pressure angle.....	22
3.5 Helix angle and angular relationships.....	23
3.6 Profile shift factors.....	24
3.7 Module.....	25
3.8 Pitch diameter.....	25
3.9 Teeth number.....	25
3.10 Base diameter.....	25
3.11 Working pitch diameter.....	25
3.12 Tip diameter.....	26
3.13 Tip clearance.....	26
3.14 Tip form diameter.....	27
3.15 Root diameter.....	27
3.15.1 Zahnstangenförmiges Werkzeug.....	27
3.15.2 Schneidrad.....	28
3.16 Fillet root radius.....	29
3.17 Equivalent radii of the involute.....	30
3.17.1 Equivalent radius in the pitch point.....	30

3.18 Root form diameter.....	31
3.19 Active tip diameter.....	31
3.20 Active root diameter.....	31
3.21 Pitch.....	33
3.22 Transverse pitch on contact path = base pitch.....	33
3.23 Tooth thickness.....	34
3.23.1 Tooth thickness at pitch diameter.....	34
3.23.2 Tooth chord thickness at pitch diameter.....	34
3.23.3 Toot thickness at tip diameter.....	34
3.23.4 Tooth thickness on any radius.....	35
3.23.5 Tooth thickness on basis diameter.....	35
3.23.6 Max tip diameter.....	35
3.24 Gap width.....	37
3.24.1 Gap width on pitch circle.....	37
3.24.2 Gap width on root.....	37
3.25 Contact ratios.....	38
3.25.1 Partial contact transverse ratios.....	42
3.25.2 Transverse contact ratio.....	43
3.25.3 Overlap ratio.....	43
3.25.4 Total contact ratio.....	43
3.26 Check of limits.....	44
3.27 Height of tooth tip.....	44
3.28 Height of tooth root.....	44
3.29 Height of tooth.....	44
3.30 Tooth height together.....	44
3.31 Contact path.....	45
3.32 Determination of $\text{inv } \alpha$ from α and α from $\text{inv } \alpha$	46
3.33 Backlash.....	48
3.34 Specific sliding.....	49
3.35 Tool dimensions.....	50
3.35.1 Normal section.....	51
3.35.2 Drawing of transverse profile.....	52
3.36 Tool with different pressure angle.....	53
4 Planetary gear stage.....	56

4.1 Speed basic equation.....	57
4.2 Ratio and Speed.....	57
4.2.1 Sun - planet carrier.....	58
4.2.2 Sun - ring gear.....	58
4.2.3 Ring gear - sun.....	59
4.2.4 Ring gear - planet carrier.....	59
4.2.5 Planet carrier - sun.....	60
4.2.6 Planet carrier - ring gear.....	60
4.3 Relative speed.....	61
4.3.1 Relative speed of sun gear.....	61
4.3.2 Relative speed of ring gear.....	61
4.3.3 Relative speed of planet gear.....	61
4.4 Find teeth numbers.....	62
4.5 Assembly condition.....	63
4.6 Smallest possible assembly angle.....	63
4.7 Find module for given a.....	68
4.8 Meshing frequencies and orders.....	69
4.9 Example 1: assembly condition and ratios.....	71
4.9.1 Assembly condition:.....	71
4.9.2 Sun to ring gear.....	72
4.9.3 Ring gear to sun.....	73
4.9.4 Sun to planet carrier.....	74
4.9.5 Planet carrier to sun.....	75
4.9.6 Ring gear to planet carrier.....	76
5 Step-planetary gear stages.....	78
5.1.1 Assembly condition.....	78
5.1.2 Ratio.....	78
5.1.3 Assembly condition.....	79
5.1.4 Ratio.....	79
5.2 Speeds and torques.....	84
5.2.1 Speed of sun.....	84
5.2.2 Speed of planet carrier.....	84
5.2.3 Speed of ring gear.....	84
5.2.4 Relative speed of planets on planet bolt.....	84

6 Efficiency.....	86
6.1 Verlustleistung.....	86
6.2 Konstruktionskatalog.....	87
6.2.1 Modul:.....	87
6.2.2 Eingriffswinkel:.....	87
6.2.3 Schrägungswinkel.....	87
6.2.4 Kopfeingriffsstrecken.....	87
6.2.5 Profilüberdeckung.....	87
6.2.6 Zahnbreite.....	88
6.2.7 Oberflächenbeschaffenheit.....	88
6.2.8 Übersetzungsverhältnis – diese Angaben sind widersprüchlich.....	88
6.2.9 Profilkorrekturen.....	88
6.3 Zusammenfassung.....	89
6.4 Vorgehen bei der Auslegung.....	90
6.5 Berechnungen und Versuchsergebnisse.....	91
6.5.1 Modul.....	91
6.5.2 Eingriffswinkel.....	93
6.5.3 Schrägungswinkel.....	95
6.5.4 Kopfeingriffsstrecken.....	97
6.5.5 Profilüberdeckung.....	99
6.5.6 Zahnbreite.....	101
6.5.7 Oberflächenrauheit.....	103
6.5.8 Übersetzungsverhältnis.....	104
6.5.9 Profilkorrekturen.....	106
6.6 Micro modification or makr modification?.....	112
6.7 Optimizing efficiency.....	113
6.7.1 Method 1: geometric similarity.....	113
6.7.1.1 Length of the given gear set:.....	113
6.7.1.2 Geometric similarity depending of tip diameter:.....	113
6.7.1.3 Increasing of center distance:.....	113
6.7.1.4 Calculation of a:.....	113
6.7.1.5 Simplification profile shifting:.....	113
6.7.1.6 New normal module:.....	113
6.7.1.7 Pitch diameter:.....	113

6.7.1.8 Tip diameters:.....	114
6.7.1.9 Tip form diameters:.....	114
6.7.1.10 Root diameters:.....	114
6.7.1.11 Base diameters:.....	114
6.7.1.12 Pressure angle at working diameter:.....	114
6.7.1.13 Partial contact transverse ratios:.....	114
6.7.1.14 Transverse contact ratio:.....	114
6.7.1.15 Gear ratio:.....	115
6.7.1.16 Mean tooth friction coefficient:.....	115
6.7.1.17 Calculate tooth loss factor:.....	115
6.7.1.18 Tooth friction losses:.....	115
6.7.1.19 Tooth friction efficiency:.....	116
6.7.1.20 Difference in tooth friction losses:.....	116
7 Load distribution factor.....	117
7.1 Safeties.....	118
7.2 Characteristic values.....	119
7.2.1 K^* (K-star).....	119
8 Load capacity.....	120
8.1 Size factors for root and flank acc. FVA 410 II.....	120
9 Equivalent torque.....	126
10 Shot peening.....	127
10.1 Shot peening / blasting for cleaning.....	127
10.2 Shotpeening for increasing flank safety.....	129
10.3 Shotpeening for increasing root safety.....	129
10.4 Shotpeening for increasing micro pitting, scuffing and wear.....	131
11 Software.....	132
11.1 KissSoft.....	132
11.1.1 Protuberances in ring gears.....	132
11.2 Gearset with small numbers of teeth.....	135
11.2.1 Contact ratio.....	135
11.2.2 Load spectra.....	139

H ring gear (Hohlrاد)
 P planet
 S planet carrier (Steg)
 Z zun (Zentralrad, the 'S' is used for 'Steg')

pgs planetary gear stage
 $spgs$ step planetary gear stage

a	mm	center distance
a_d	mm	zero center distance (whitout profile shifting)
a_{dPH}	mm	zero center distance of planet to ring gear
a_{dZP}	mm	zero center distance of sun to planet
d	mm	pitch diameter
d_a	mm	tip diameter
d_f	mm	root diameter
d_f	mm	root diameter
d_w	mm	operating pitch diameter
h_{aP}	mm	tip tooth height of reference profile
h_{aP0}	mm	tip tooth height of tool profile
h_{aP}^*	-	tip tooth height factor of reference profile
h_{aP0}^*	-	tip tooth height factor of tool profile
h_{fP}	mm	root tooth height of reference profile
h_{fP0}	mm	root tooth height of tool profile
h_{fP}^*	mm	root tooth height factor of reference profile
h_{fP0}^*	mm	root tooth height factor of tool profile
i	-	ratio
p	-	number of planets
x	-	profile shift factor
z	-	number of teeth (z for Zähne)

K_k^*	-	tip height changing factor
α_p	°	pressure angle of reference profile
α_n	°	pressure angle of normal section
α_t	°	pressure angle of transverse section

σ_{FG}	$\frac{N}{mm^2}$	Zahnfuß-Grenzfestigkeit / tooth root stress limit
σ_{FP}	$\frac{N}{mm^2}$	Zulässige Zahnfußspannung / permissible tooth root stress
σ_{HG}	$\frac{N}{mm^2}$	Grübchen-Grenzfestigkeit / pitting stress limit
σ_{HP}	$\frac{N}{mm^2}$	Zulässige Flankenpressung / permissible contact stress

1 Gearboxes general

Speed

$$n = \frac{v_t}{d \pi} = \frac{\omega}{2 \pi}$$

Angular velocity

$$\omega = 2 \pi n$$

Static power

$$P = T \omega$$

$$P = 2 T \pi n$$

$$F_t = \frac{2 \cdot T}{d}$$

$$T = \frac{P}{2 \pi n}$$

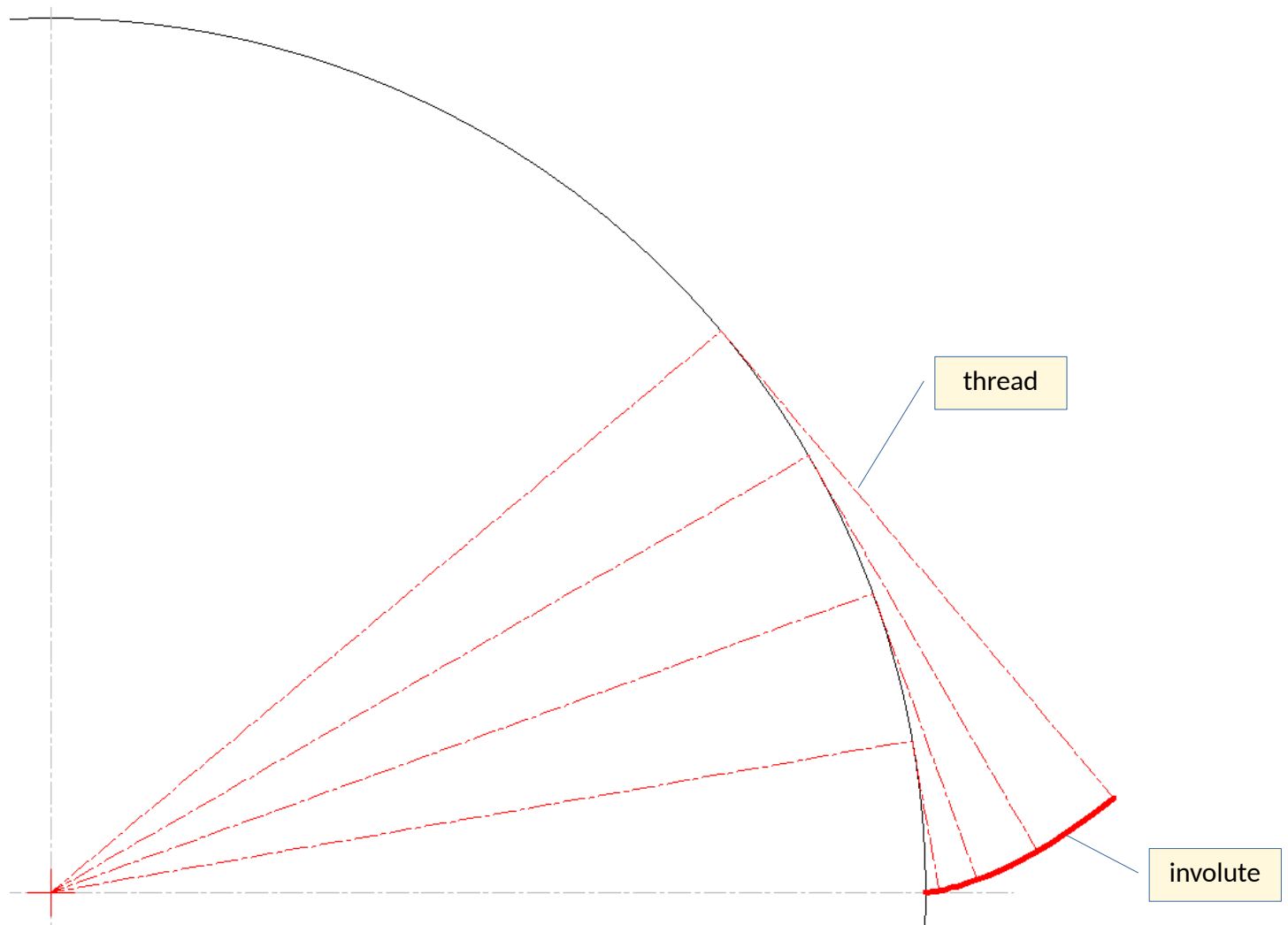
Nr.	Bezeichnung	Einheit	Beziehung	Hinweis auf Nr.
1	Gesamtumfangskraft	N	$F_{tY} = F_t + F_{tB}$	$F_t: 3; F_{tB}: 5$
2	Gesamtdrehmoment	Nm	$T_Y = T + T_B$	$T: 4; T_B: 6$
3	statische Betriebs- umfangskraft	N	$F_t = 2T/d$	$T: 4$
			$F_t = \frac{2000T}{d} = \frac{19,1 \cdot 10^6 P}{nd} \text{ mit } \begin{matrix} T \text{ in Nm,} \\ d \text{ in mm,} \\ P \text{ in kW,} \\ n \text{ in min}^{-1} \end{matrix}$	
4	statisches Betriebs- drehmoment	Nm	$T = F_t d/2 = P/(2\pi n/60)$	$P: 8; n: 11$
			$T = \frac{9549P}{n} \text{ mit } \begin{matrix} T \text{ in Nm} \\ P \text{ in kW;} \\ n \text{ in min}^{-1} \end{matrix};$ $T = \frac{7026P}{n} \text{ mit } \begin{matrix} T \text{ in Nm} \\ P \text{ in PS} \\ n \text{ in min}^{-1} \end{matrix}$	
5	Beschleunigungskraft	N	$F_{tB} = mb = m\omega d/2$	$m: 15; \varepsilon: 14$
6	Beschleunigungsdreh- moment	Nm	$T_B = F_{tB} d/2 = J\varepsilon = P_B/\omega$	$F_{tB}: 5; J: 16...18;$ $\varepsilon: 14; \omega: 12$
7	augenblickliche Gesamtleistung	W	$P_Y = P + P_B = F_{tY} v_t = F_{tY} \omega d/2$ $= F_{tY} \pi d n/60 = T_Y \omega$	$P: 8; P_B: 9; F_{tY}: 1;$ $v_t: 10; n: 11; \omega: 12;$ $T_Y: 2$
8	statische Leistung	W	$P = F_t v_t = T\omega = F_t \pi d n/60$	$F_t: 3; v_t: 10; T: 4;$ $n: 11; \omega: 12$
			$P = \frac{Tn}{9549} \text{ mit } \begin{matrix} P \text{ in kW} \\ T \text{ in Nm;} \\ n \text{ in min}^{-1} \end{matrix};$ $P = \frac{Tn}{7026} \text{ mit } \begin{matrix} P \text{ in PS} \\ T \text{ in Nm} \\ n \text{ in min}^{-1} \end{matrix}$	
9	Beschleunigungsleistung	W	$P_B = F_{tB} v_t = mbv_t = m\omega d/2 =$ $= T_B \omega = 2\pi(n/60) T_B = J\varepsilon \omega$	$F_{tB}: 5; T_B: 6; m: 15;$ $v_t: 10; J: 16...18;$ $\omega: 12; n: 11; \varepsilon: 14$
10	Umfangsgeschwindigkeit	m/s	$v_t = \omega d/2 = \pi d n/60$	$\omega: 12; n: 11$
			$v_t = \frac{dn}{19099} \text{ mit } \begin{matrix} d \text{ in mm} \\ n \text{ in min}^{-1} \\ v_t \text{ in m/s} \end{matrix}$	
11	Drehzahl	min ⁻¹	$n = 60v_t/(d\pi) = 60\omega/(2\pi)$	$v_t: 10; \omega: 12$
12	Winkelgeschwindigkeit	s ⁻¹	$\omega = 2\pi n/60$	$n: 11$
			$\omega = \frac{n}{9,549} \text{ mit } \begin{matrix} n \text{ in min}^{-1} \\ \omega \text{ in s}^{-1} \end{matrix}$	

2 Involute tothing

2.1 Involute

2.1.1 Definition

An involute is the path of an end from a thread that is unwound from a circle.



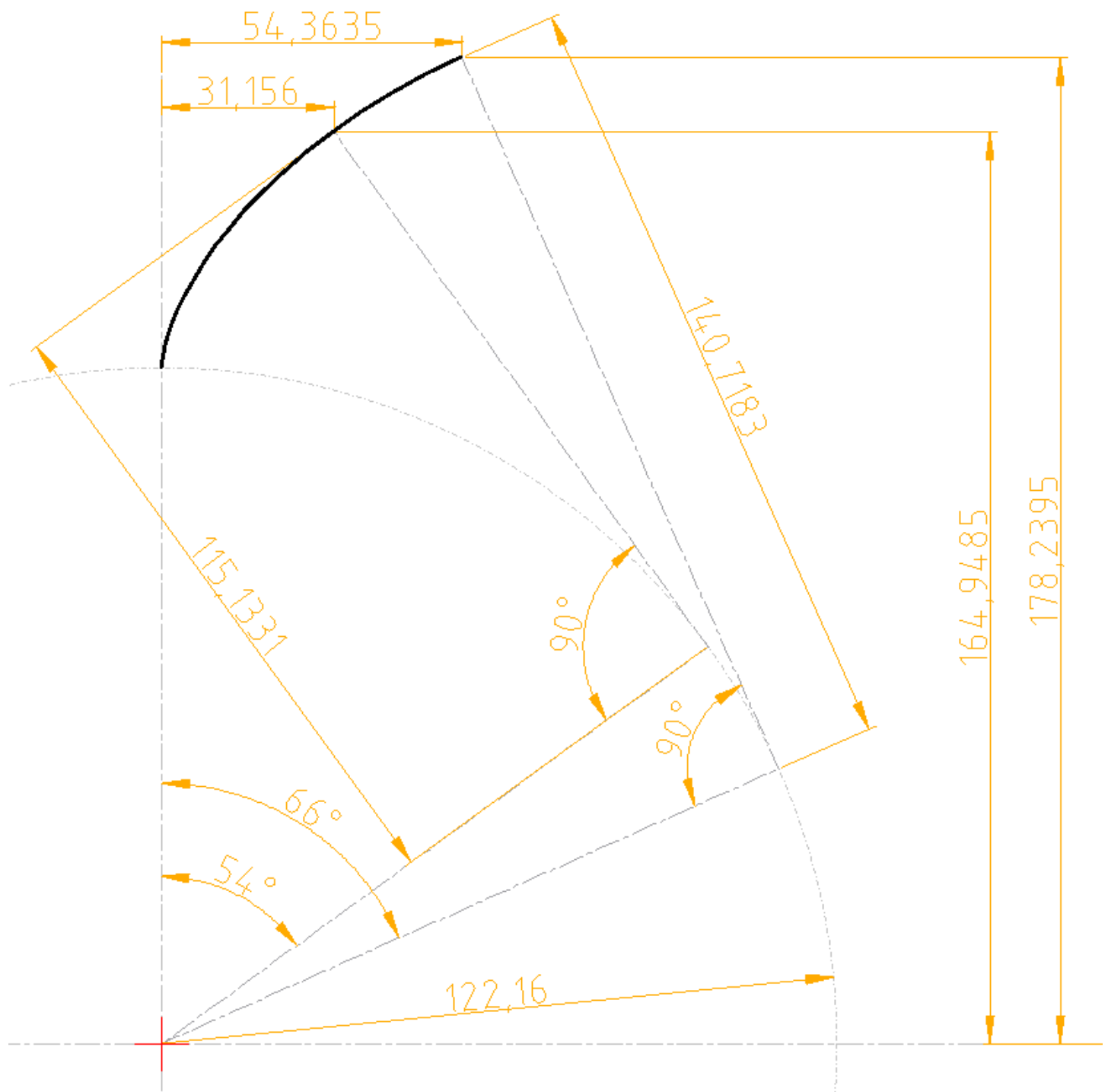
2.1.2 Calculation of an involute

Calculation of coordinates on the involute

$$x = r [\cos(t) + t \sin(t)]$$

$$y = r [\sin(t) - t \cos(t)]$$

$$l_b = r \cdot t$$



(Numerical values for this example follow on next page.)

t [deg]	t [rad]	x	y	l_b
0	0	0	122,1600	0
3	0,0524	0,0058	122,3274	6,3963
6	0,1047	0,0467	122,8280	12,7926
9	0,1571	0,1574	123,6578	19,1889
12	0,2094	0,3725	124,8100	25,5851
15	0,2618	0,7257	126,2749	31,9814
18	0,3142	1,2502	128,0405	38,3777
21	0,3665	1,9781	130,0918	44,7740
24	0,4189	2,9406	132,4116	51,1703
27	0,4712	4,1673	134,9801	57,5666
30	0,5236	5,6866	137,7751	63,9628
33	0,5760	7,5250	140,7724	70,3591
36	0,6283	9,7074	143,9453	76,7554
39	0,6807	12,2568	147,2652	83,1517
42	0,7330	15,1939	150,7019	89,5480
45	0,7854	18,5373	154,2230	95,9443
48	0,8378	22,3034	157,7949	102,3406
51	0,8901	26,5059	161,3822	108,7368
54	0,9425	31,1560	164,9485	115,1331
57	0,9948	36,2624	168,4563	121,5294
60	1,0472	41,8309	171,8669	127,9257
63	1,0996	47,8645	175,1413	134,3220
66	1,1519	54,3635	178,2395	140,7183

2.2 Properties of the involute toothing

- Simple, economical production possible with straight-flanked tooling.
- Uniform rotary transmission even with deviations in center distance. (imagination: the normal of contact, which must touch both base circles, winds like a taut band from one base circle to the other).
- Since the direction of the contact normal is constant with a fixed center distance, it must also the pressure angle must be constant and the line of action must be a straight line.
- Same rolling tool for all numbers of teeth; Set wheel property possible.
- Generation of different tooth shapes and center distances with the same number of teeth same tool by profile shifting (see Figures 21.3/11, 12).
- The direction and size of the tooth normal force (= bearing force) remains the same as the position of the contact normals constant during the intervention (important for low-vibration run).
- With external gears, the tooth flanks are always convex (osculation low, unfavorable for the pressing, favorable for the production, concave with ring gears (i.e. close osculation when paired with a pinion).

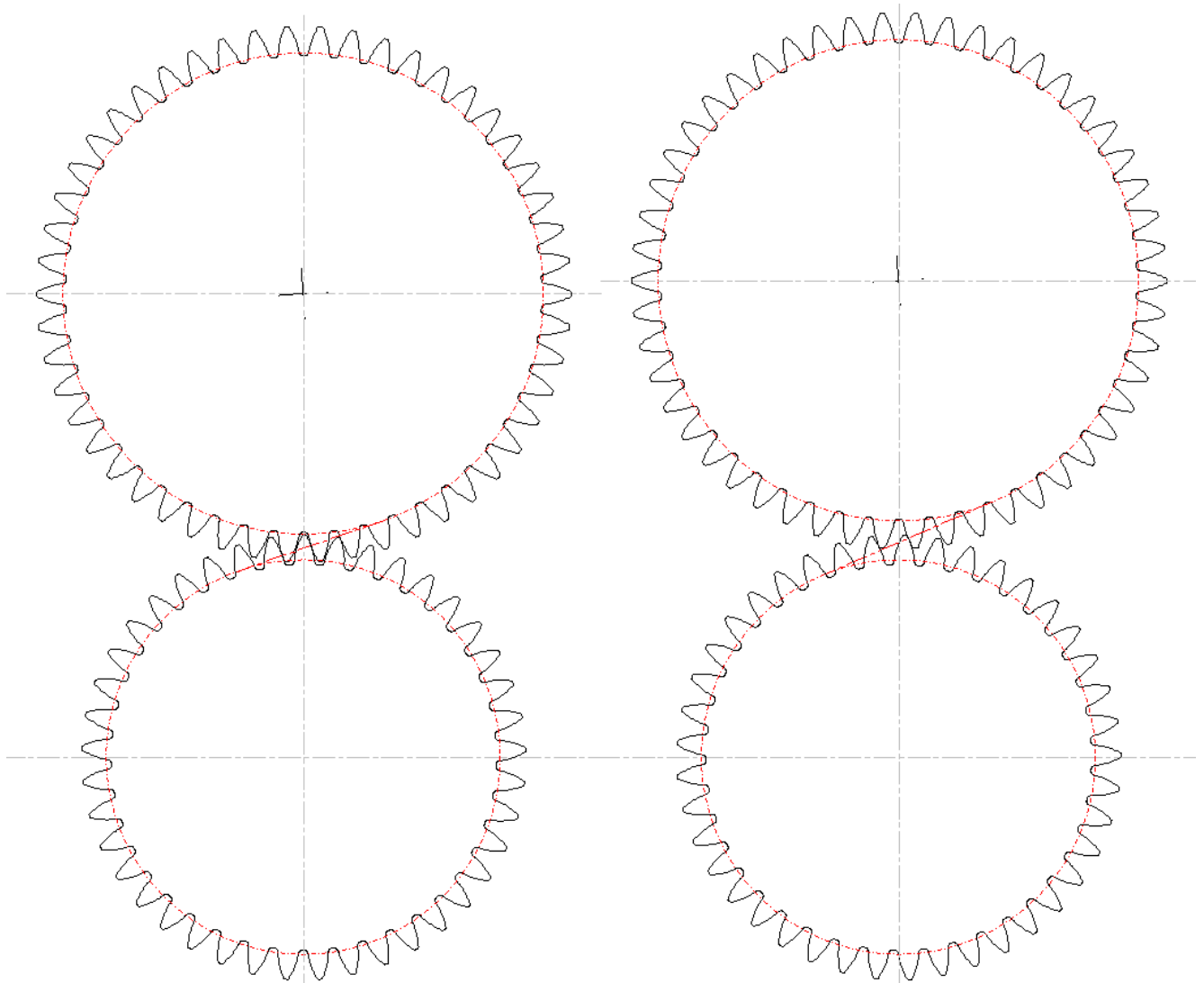
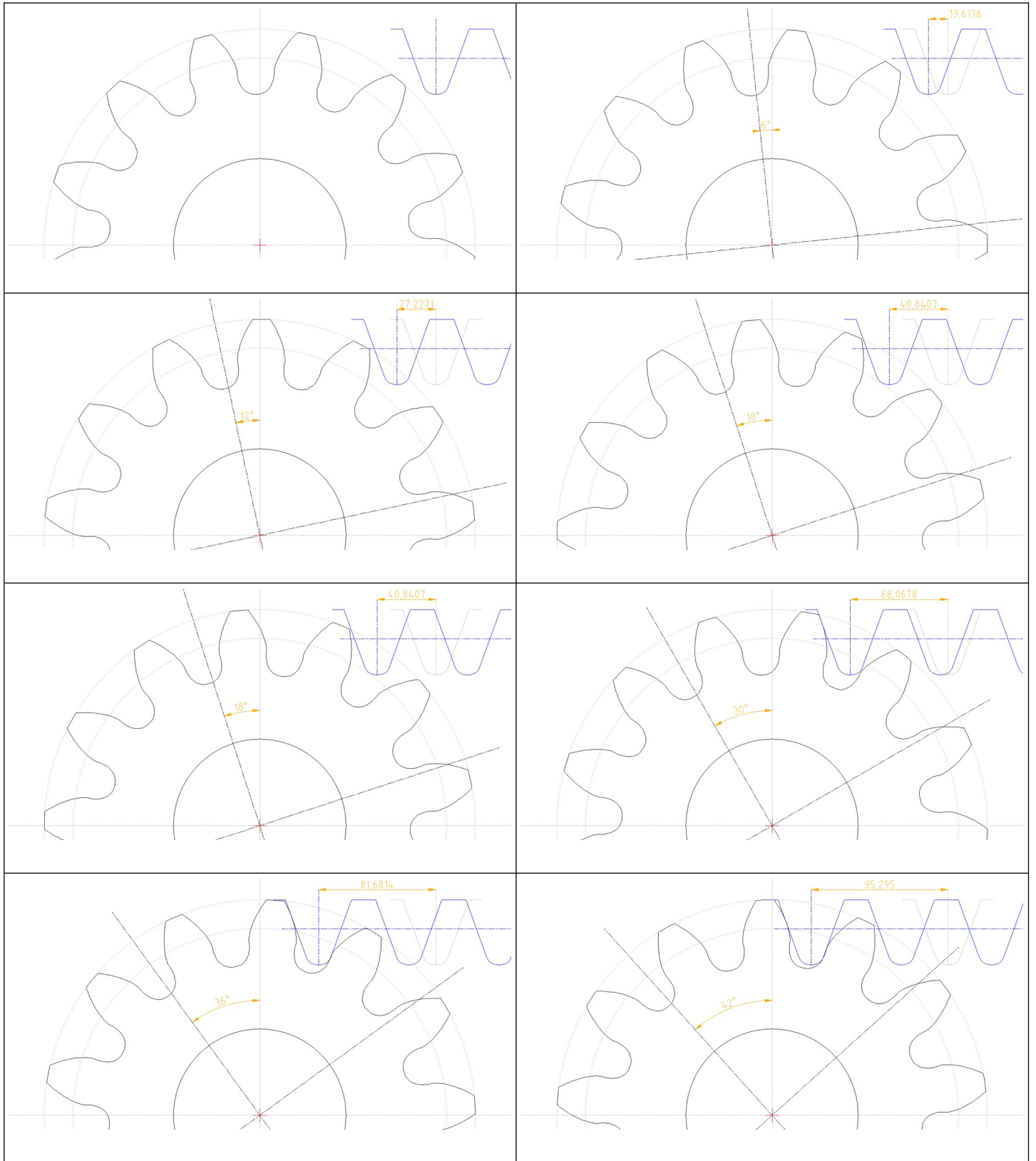
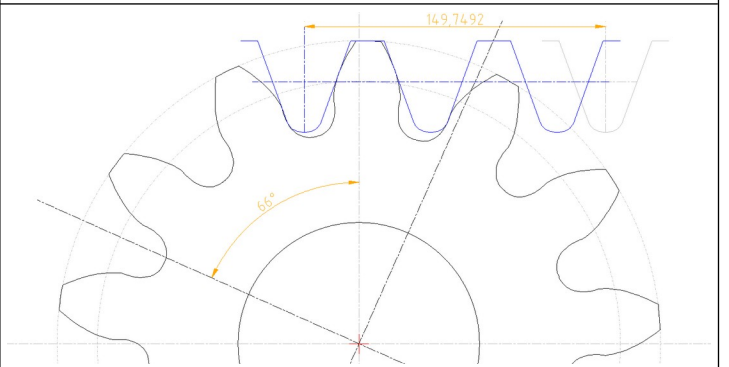
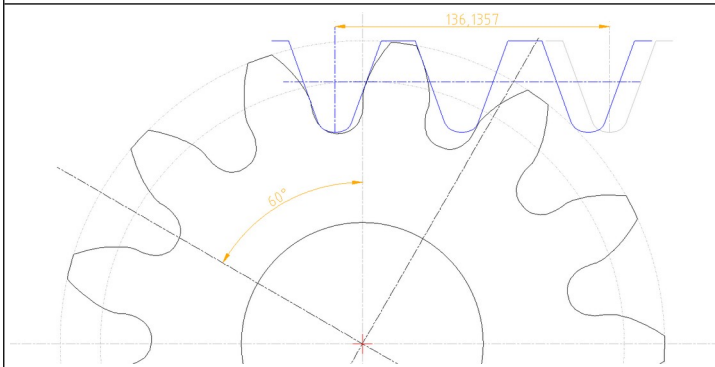
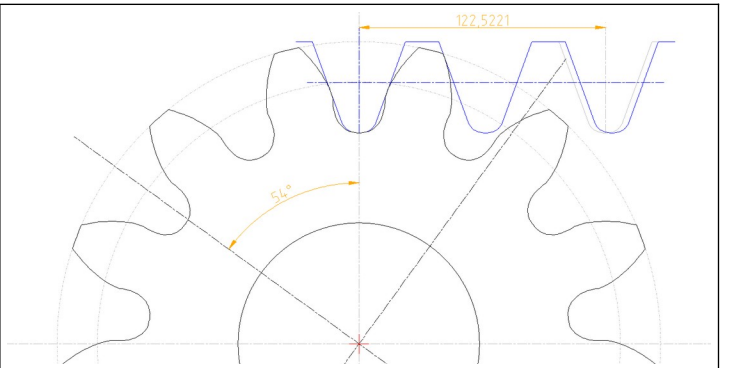
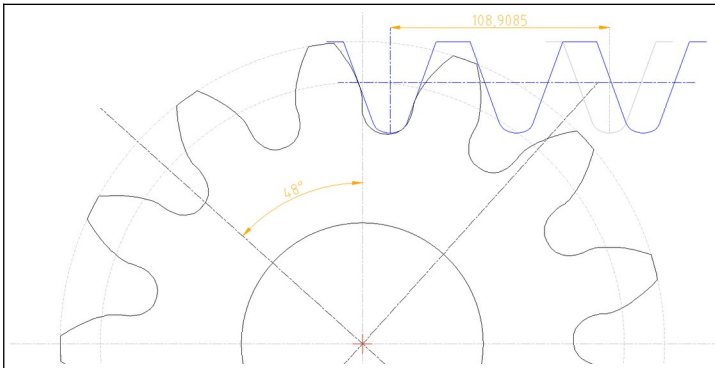


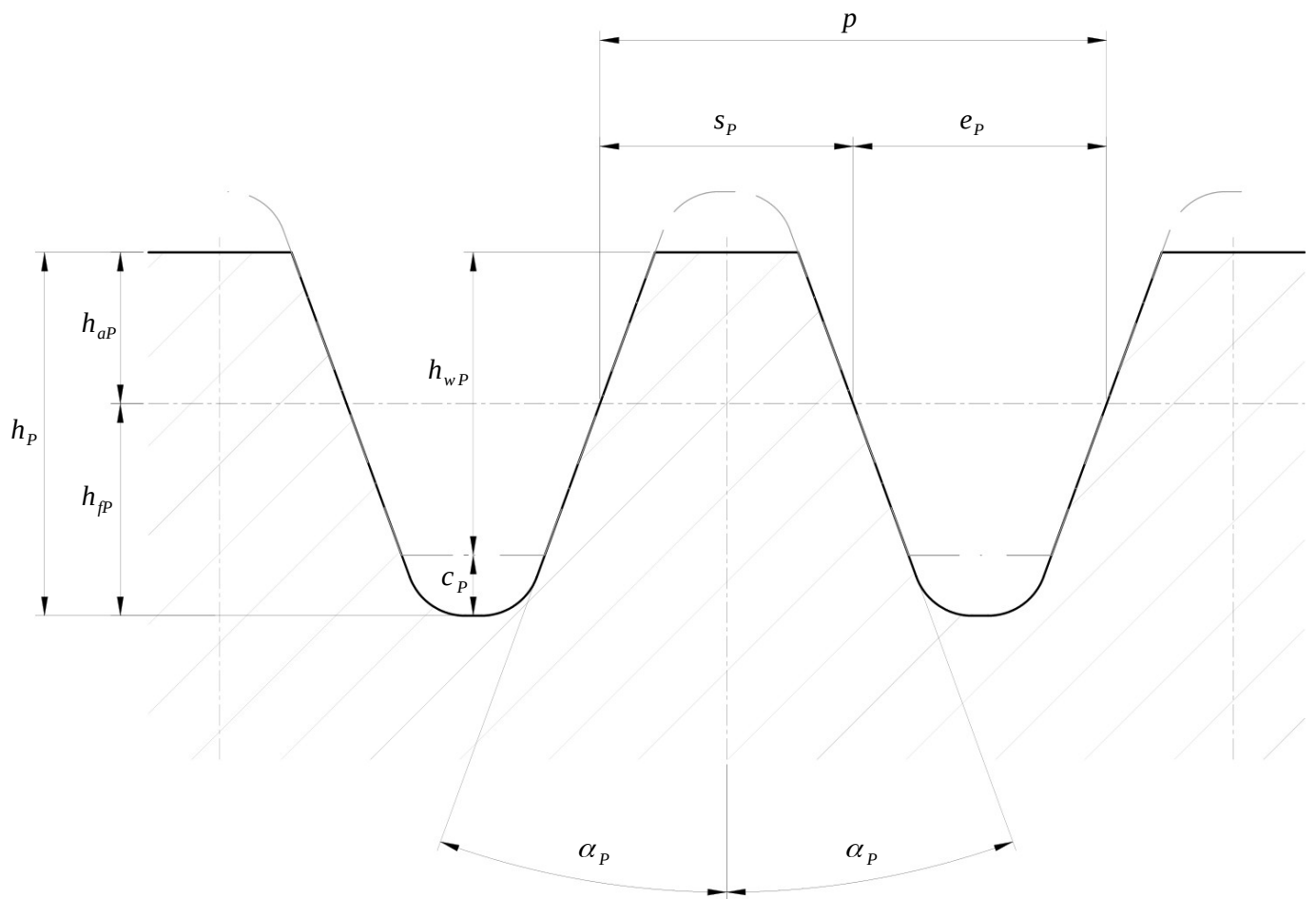
Figure 1: Uniform rotary transmission even with deviations in center distance

2.3 Manufacturing of a gear wheel



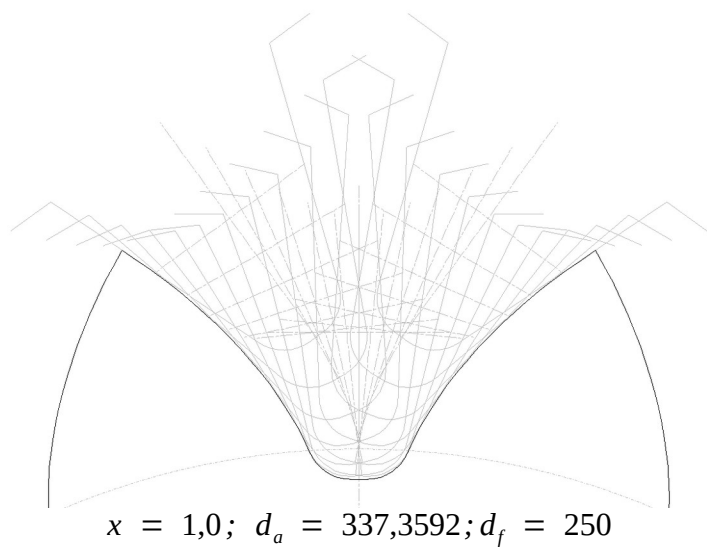
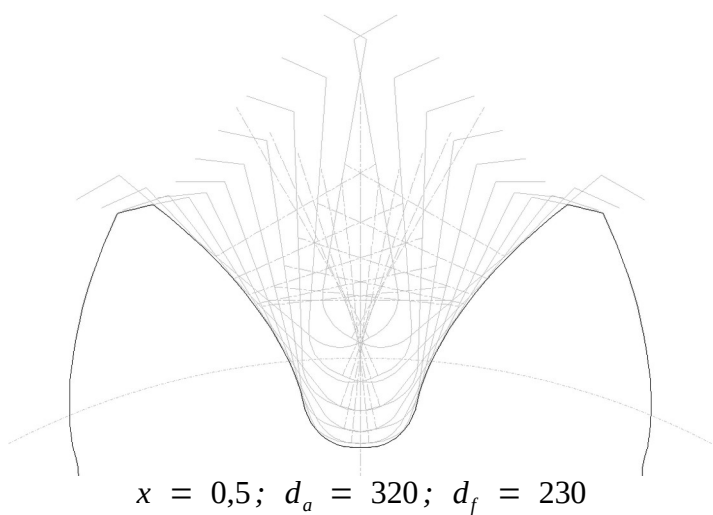
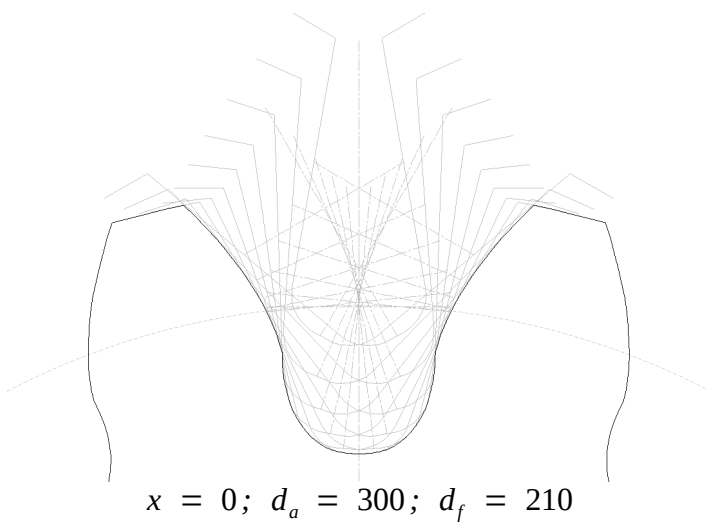
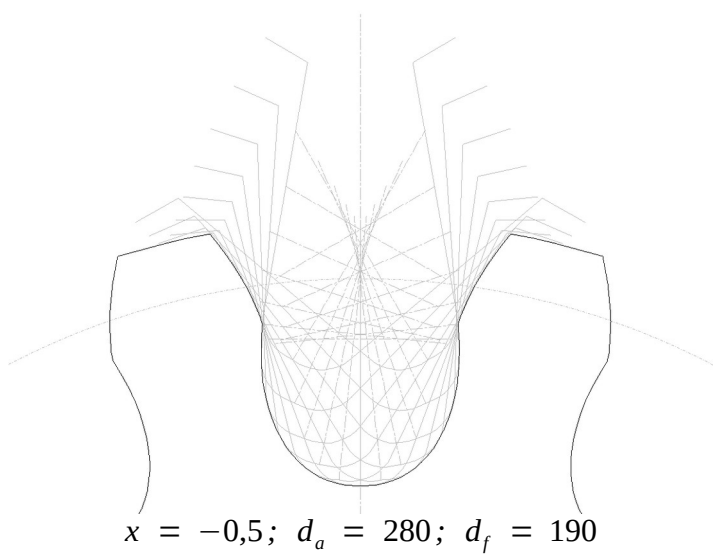


2.4 Reference profile of involute tothing

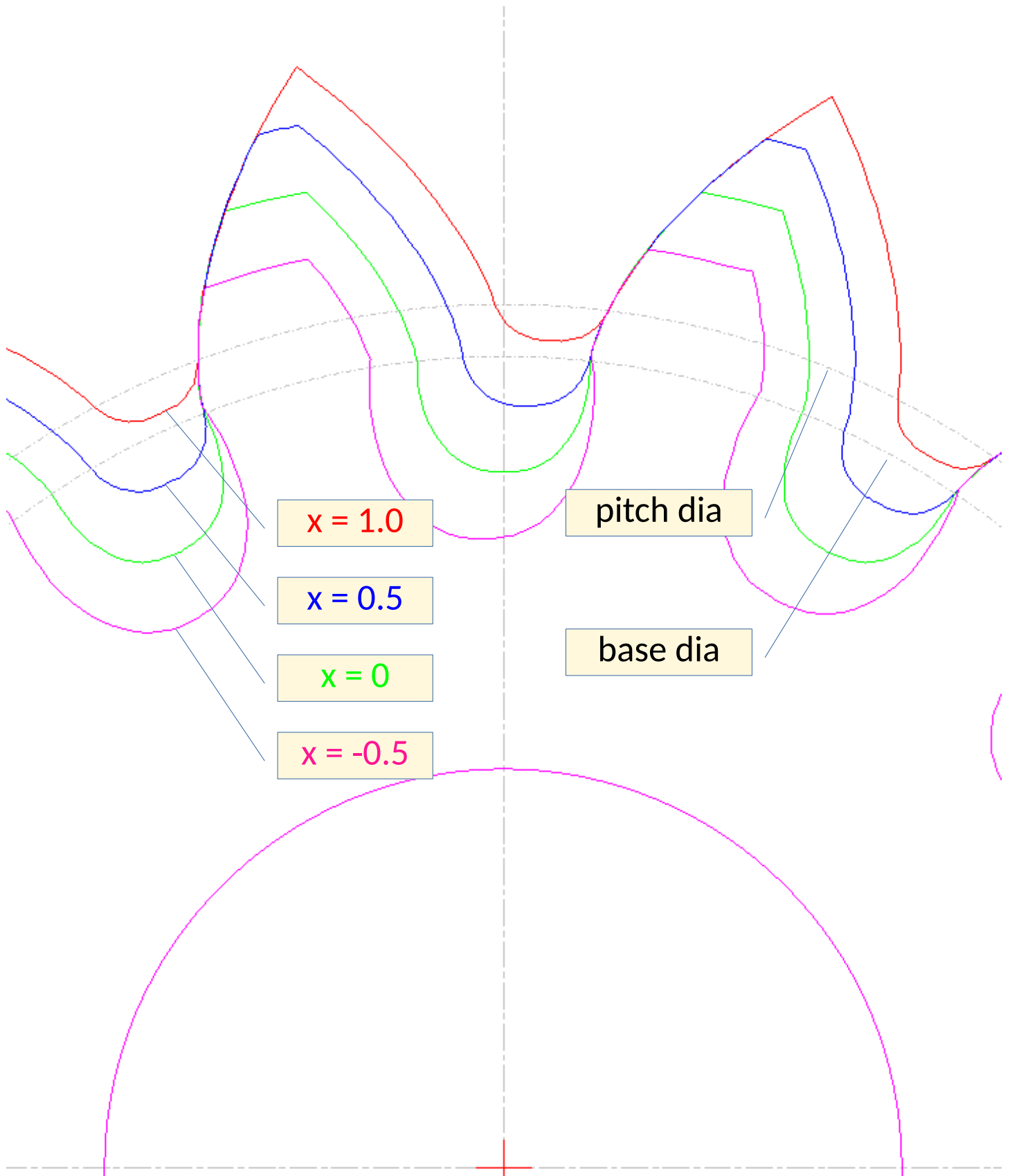


Tooling for involute toothing

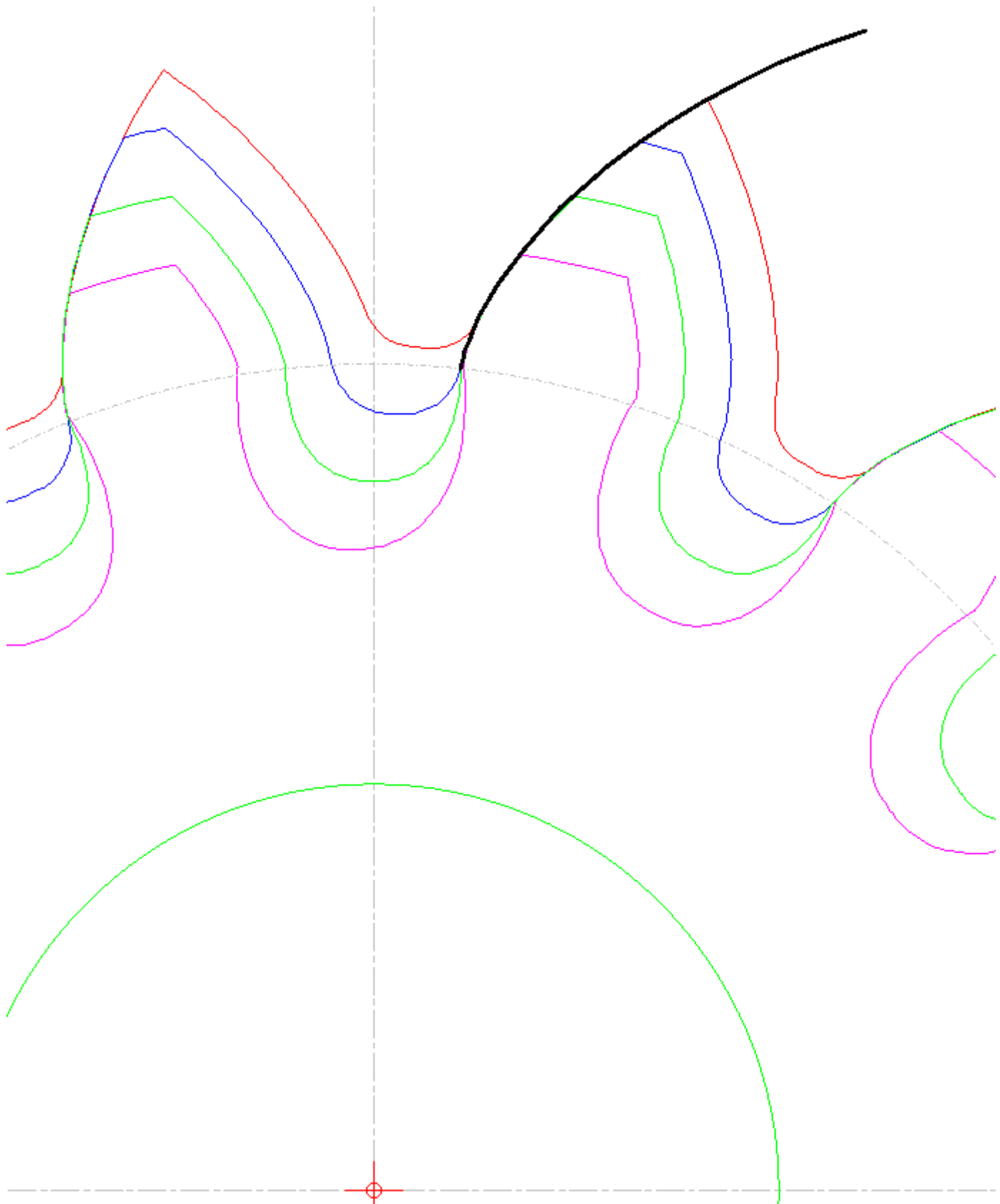
2.5 Profile shifting



For all toothings is $z = 13$; $\alpha_n = 20^\circ$; $\beta = 0^\circ$; $m_n = 20$; $d = 260$; $d_b = 244,32008$



The involute from the previous example turned to the tooth profiles:



3 Equations for involute toothing

3.1 Reference profile

$$\alpha_p, h_{aP}, h_{fP}, c$$

$$h_{aP} = \frac{d_a - d - 2 x m_n - 2 k m_n}{2}$$

$$h_{aP}^* = \frac{d_a - d - 2 x m_n - 2 k m_n}{2 m_n} = \frac{h_{aP}}{m_n}$$

$$h_{aP}^* = \frac{d_a - d - 2 m_n (x + k)}{2 m_n} = \frac{h_{aP}}{m_n}$$

$$h_{fP} = \frac{d + 2 x m_n - d_f}{2}$$

$$h_{fP}^* = \frac{d + 2 x m_n - d_f}{2 m_n} = \frac{h_{fP}}{m_n}$$

3.2 Center distance

$$a = \frac{m_n (z_1 + z_2) \cos \alpha_t}{2 \cos \beta \cos \alpha_{wt}}$$

$$a = \frac{d_{b1} + d_{b2}}{2 \cos \alpha_{wt}}$$

$$a = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2}$$

$$a = a_d \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}}$$

3.3 Zero center distance

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t (z_1 + z_2)}{2} = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}$$

3.4 Pressure angle

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \quad \cos \alpha_t = \frac{d_b}{d} \quad \tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cdot \cos \beta$$

$$\alpha_t = \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$$

$$\alpha_{wt} = \arccos \frac{d_b}{d_w}$$

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{d_b}{d_w} = \frac{m_t (z_1 + z_2) \cos \alpha_t}{2 a} = \frac{a_d \cos \alpha_t}{a}$$

$$\alpha_{wt} = \arccos \left(\frac{d_b}{d_w} \right) = \arccos \left(\frac{m_t (z_1 + z_2) \cos \alpha_t}{2 a} \right) = \arccos \left(\frac{a_d \cos \alpha_t}{a} \right)$$

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \text{inv } \alpha_t + \frac{2 (x_1 + x_2) \tan \alpha_n}{z_1 + z_2}$$

$$\text{inv } \alpha_{wt} = \tan \alpha_t - \alpha_t + \frac{2 (x_1 + x_2) \tan \alpha_n}{z_1 + z_2}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha_{wt} &= d_b/d_w = m_t(z_1 + z_2) \cos \alpha_t/(2a) = a_d \cos \alpha_t/a \quad \text{oder} \\ \text{inv } \alpha_{wt} &= \text{inv } \alpha_t + 2(x_1 + x_2) \tan \alpha_n/(z_1 + z_2) \end{aligned}$$

$$|\gamma_b| = 90^\circ - |\beta_b| \quad (\text{DIN 3960; 3.3.01})$$

$$\cos \alpha_{yt} = \frac{r_b}{r_y} = \frac{d_b}{d_y} = \frac{d}{d_y} \cos \alpha_t \quad (\text{DIN 3960; 3.3.02})$$

$$\cos(\alpha_t = \frac{r_b}{r} = \frac{d_b}{d}) \quad (\text{DIN 3960; 3.3.03})$$

$$\tan(\alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta) \quad (\text{DIN 3960; 3.3.04})$$

$$\tan \alpha_{yn} = \tan \alpha_{yt} \cos \beta_y \quad (\text{DIN 3960; 3.3.05})$$

3.5 Helix angle and angular relationships

$$\sin \beta_b = \sin \beta \cos \alpha_n$$

$$\beta_b = \arcsin(\sin \beta \cos \alpha_n)$$

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t$$

$$\cos \beta_b = \cos \beta \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_t}$$

$$\sin \beta_b = \sin \beta \cos \alpha_n; \tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t$$

$$\cos \beta_b = \cos \beta \cos \alpha_n / \cos \alpha_t = \sin \alpha_n / \sin \alpha_t$$

$$\cos \beta_b = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_{wn}}{\sin \alpha_{wt}} = \frac{\cos \beta \cos \alpha_n}{\cos \alpha_t}$$

$$\tan \beta_B = \sin \beta_b \tan \alpha_t = \tan \beta \sin \alpha_n$$

$\beta_B =$ Winkel zwischen Berührlinie und Flankenlinie

$$\tan \beta_w = \tan \beta \frac{d_w}{d} = \tan \beta \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \tan \beta_b \frac{d_w}{d_b} = \frac{\tan \beta_b}{\cos \alpha_{wt}}$$

$$\sin \beta_w = \sin \beta \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{wn}} = \frac{\sin \beta_b}{\cos \alpha_{wn}}$$

$$\cos \beta_w = \frac{\tan \alpha_{wn}}{\tan \alpha_{wt}} = \cos \alpha_{wt} \frac{\cos \beta_b}{\cos \alpha_{wn}}$$

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t \quad (\text{DIN 3960; 3.5.02})$$

$$\sin \beta_b = \sin \beta \cos \alpha_n \quad (\text{DIN 3960; 3.5.03})$$

$$\beta_b = \arcsin(\sin \beta \cos \alpha_n)$$

$$\cos \beta_b = \frac{\cos \beta \cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_t} = \frac{\sin \alpha_{yn}}{\sin \alpha_{yt}} \quad (\text{DIN 3960; 3.5.04})$$

$$\tan \beta_y = \tan \beta \frac{d_y}{d} = \tan \beta \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{yt}} = \tan \beta_b \frac{d_y}{d_b} = \frac{\tan \beta_b}{\cos \alpha_{yt}} \quad (\text{DIN 3960; 3.5.05})$$

$$\sin \beta_y = \sin \beta \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{yn}} = \frac{\sin \beta_b}{\cos \alpha_{yn}} \quad (\text{DIN 3960; 3.5.06})$$

$$\cos \beta_y = \frac{\tan \alpha_{yn}}{\tan \alpha_{yt}} = \frac{\cos \alpha_{yt} \cos \beta_b}{\cos \alpha_{yn}} \quad (\text{DIN 3960; 3.5.07})$$

3.6 Profile shift factors

$$x_1 + x_2 = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha_t) (z_1 + z_2)}{2 \tan \alpha_n}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{(\tan(\alpha_{wt}) - \alpha_{wt} - \tan(\alpha_t) + \alpha_t) (z_1 + z_2)}{2 \tan \alpha_n}$$

3.7 Module

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$$

$$m_n = \frac{2 a_d \cos \beta}{z_1 + z_2}$$

$$m_n = \frac{2 a \cos \beta \cos \alpha_{wt}}{(z_1 + z_2) \cos \alpha_t}$$

3.8 Pitch diameter

$$d = \frac{z m_n}{\cos \beta} \qquad d = z m_t \qquad d_n = \frac{d}{\cos^2 \beta}$$

3.9 Teeth number

$$z = \frac{d \cos \beta}{m_n} = \frac{d}{m_t} \qquad z_n = \frac{z}{\cos^2 \beta_b \cos \beta}$$

3.10 Base diameter

$$d_b = d \cos \alpha_t \qquad d_{bn} = d_n \cos \alpha_n \qquad d_b = \frac{z m_n}{\cos \beta} \cos \alpha_t$$

3.11 Working pitch diameter

$$d_{w1} = \frac{2 a z_1}{z_1 + z_2} = \frac{2 a}{u + 1} = \frac{d_1 \cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}} = \frac{d_{b1}}{\cos \alpha_{wt}}$$

3.12 Tip diameter

$$d_a = d + 2 x m_n + 2 h_{aP} + 2 k m_n$$

$$d_a = d + 2 x m_n + 2 h_{aP}^* m_n + 2 k m_n$$

$$d_a = d + 2 m_n (h_{aP}^* + x + k)$$

For gear wheels with cutted tip diameter / Kopfkreisdurchmesser bei überschrittenen Außenstirnrädern

$$d_{aM} = d + 2 x_E m_n + 2 h_{fP0}^* m_n \quad (\text{DIN 3960, 3.8.38 \& DIN 21771, A.53})$$

Fußhöhenfaktor am Werkzeugbezugsprofil für gegebenen Kopfkreis:

$$h_{fP0}^* = \frac{d_{aM} - d - 2 x_E m_n}{2 m_n} \quad (\text{DIN 3960, 3.8.38 \& DIN 21771, A.53})$$

Bei Verwendung eines Schneidrads:

$$d_{aM} = 2 a_0 - d_{f0} \quad (\text{DIN 3960, 3.8.39) (DIN 21771, A.54})$$

$$d_{f0} = 2 a_0 - d_a$$

3.13 Tip clearance

$$c_1 = h_1 - h_w$$

$$c_1 = a - \frac{d_{a1} + d_{f2}}{2}$$

$$c_2 = h_2 - h_w$$

$$c_2 = a - \frac{d_{a2} + d_{f1}}{2}$$

3.14 Tip form diameter

$$d_{Fa} = d_a - 2 \frac{z}{|z|} h_K$$

3.15 Root diameter

3.15.1 Zahnstangenförmiges Werkzeug

$$d_f = d + 2 x m_n - 2 h_{fp}$$

$$d_f = d + 2 x m_n - 2 h_{fp}^* m_n$$

$$d_f = d + 2 m_n (x - h_{fp}^*)$$

$$x_E m_n = x m_n + \frac{A_s}{2 \tan \alpha_n} + \frac{q}{\sin \alpha_n}$$

$$x_E = x + \frac{A_s}{2 m_n \tan \alpha_n} + \frac{q}{m_n \sin \alpha_n} \quad (\text{DIN 3960, 3.6.3})$$

Erzeugter Fußkreisdurchmesser zahnstangenförmiges Werkzeug (DIN 3960 3.6.4)

$$d_{fE} = d + 2 x_E m_n - 2 h_{aP0}^* m_n$$

Kopfhöhenfaktor am Werkzeugbezugsprofil ermitteln, wenn der Fußkreis gegeben ist:

Calculating of an addendum

$$h_{aP0}^* = \frac{d + 2 x_E m_n - d_{fE}}{2 m_n}$$

$$h_{fp0}^* = \frac{d_a - d - 2 m_n (x + k)}{2 m_n}$$

$$\varrho_{fp0}^* = \frac{\varrho_{fp0}}{m_n}$$

3.15.2 Schneidrad

Kopfhöhenfaktor am Werkzeugbezugsprofil ermitteln, wenn der Fußkreis gegeben ist:

$$\operatorname{inv} \alpha_{wt0} = \frac{2 (x_0 + x_E) \tan \alpha_n}{z_0 + z} + \tan \alpha_t - \alpha_t$$

$$\alpha_{wt0} = f(\operatorname{inv} \alpha_{wt0})$$

$$a_o = \frac{z_0 + z}{2} \frac{m_n}{\cos \beta} \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt0}} \quad (\text{DIN 3960, 3.6.1})$$

$$d_{fE} = 2 a_0 - d_{a0}$$

Kopfkreisdurchmesser vom Schneidrad bei gegebenem Fußkreis:

$$d_{a0} = 2 a_0 - d_{fE}$$

Fußkreisdurchmesser vom Schneidrad bei gegebenem Kopfkreis:

$$d_{f0} = 2 a_0 - d_a$$

$$d_{a0} = \frac{z_0 m_n}{\cos \beta} + 2 m_n (h_{aP0}^* + x_0)$$

$$d_{a0} = \frac{z_0 m_n}{\cos \beta} + 2 m_n h_{aP0}^* + 2 m_n x_0$$

$$2 m_n h_{aP0}^* = d_{a0} - \frac{z_0 m_n}{\cos \beta} - 2 m_n x_0$$

$$h_{aP0}^* = \frac{d_{a0} - \frac{z_0 m_n}{\cos \beta} - 2 m_n x_0}{2 m_n}$$

$$h_{aP0}^* = \frac{d_{a0}}{2 m_n} - \frac{z_0}{2 \cos \beta} - x_0$$

3.16 Fillet root radius

$$\varrho_{fP} \leq \frac{c_P}{1 - \sin \alpha_P} \quad (\text{DIN 867 (7)})$$

$$c_P \geq \varrho_{fP} (1 - \sin \alpha_P)$$

3.17 Equivalent radii of the involute

3.17.1 Equivalent radius in the pitch point

$$\varrho_{C1} = 0.5 \left(d_{w1}^2 - d_{b1}^2 \right)^{0.5} = 0.5 d_{b1} \tan \alpha_{wt}$$

$$\varrho_{C2} = 0.5 \left(d_{w2}^2 - d_{b2}^2 \right)^{0.5} = 0.5 d_{b2} \tan \alpha_{wt}$$

$$\varrho_{C1} + \varrho_{C2} = a \sin \alpha_{wt} = \varrho_{A1} + \varrho_{A2} = \varrho_{E1} + \varrho_{E2}$$

(2.80)

Krümmungshalbmesser der Evolventen

$$\varrho_{E1} = 0.5 \left(d_{Na1}^2 - d_{b1}^2 \right)^{0.5}$$

(2.100)

$$\varrho_y = r_b \cdot \xi_y = r_b \cdot \tan \alpha_{yt} = \frac{z}{|z|} \cdot \sqrt{r_y^2 - r_b^2} \quad (2.12)$$

(2.97)

$$\varrho_{A2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} \quad (3.19)$$

$$\varrho_{E2} = \varrho_{C1} + \varrho_{C2} - \varrho_{E1}$$

$$\varrho_{B1} = \varrho_{E1} - p_{et} \quad (3.21)$$

(2.13)

$$\varrho_{C1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{w1}^2 - d_{b1}^2} = \frac{1}{2} \cdot d_{b1} \cdot \tan \alpha_{wt} \quad (3.18)$$

$$\varrho_{A2} = 0.5 \frac{z_2}{|z_2|} \left(d_{Na2}^2 - d_{b2}^2 \right)^{0.5}$$

$$\varrho_{C1} + \varrho_{C2} = a \cdot \sin \alpha_{wt} = \varrho_{A1} + \varrho_{A2} = \varrho_{E1} + \varrho_{E2} \quad (3.23)$$

(9.1)

$$\varrho_{D2} = \varrho_{A2} - p_{et} \quad (3.22)$$

$$\varrho_{A1} = \varrho_{C1} + \varrho_{C2} - \varrho_{A2}$$

(9.2)

$$\varrho_{E1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} \quad (3.20)$$

$$\varrho_{D2} = \varrho_{A2} - p_{et} = \varrho_{A2} - p_t \cos \alpha_t$$

4.4.5.3 Krümmungshalbmesser der Zahnflanken

Aus folgenden Strecken auf der Eingriffslinie ergeben sich die für die Überdeckungs- und Bewegungsverhältnisse eines Radpaares maßgebenden **Krümmungshalbmesser** der Zahnflanken (siehe Bild 35 und Bild 36):

$$\overline{T_1 C} = \varrho_{C1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{w1}^2 - d_{b1}^2} = \frac{1}{2} \cdot d_{b1} \cdot \tan \alpha_{wt} \quad (4.4.14)$$

$$\overline{T_2 A} = \varrho_{A2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} \quad (4.4.15)$$

$$\overline{T_1 E} = \varrho_{E1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} \quad (4.4.16)$$

$$\overline{T_1 B} = \varrho_{B1} = \varrho_{E1} - p_{et} \quad (4.4.17)$$

$$\overline{T_2 D} = \varrho_{D2} = \varrho_{A2} - p_{et} \quad (4.4.18)$$

$$\overline{T_1 T_2} = \varrho_{C1} + \varrho_{C2} = a \cdot \sin \alpha_{wt} = \varrho_{A1} + \varrho_{A2} = \varrho_{E1} + \varrho_{E2} \quad (4.4.19)$$

3.18 Root form diameter

With hobbing cutter without undercut or protuberance DIN 21771 (128):

$$d_{Ff} = \sqrt{\left[d \sin \alpha_t - \frac{2 m_n [h_{aP0}^* - x_E - \rho_{aP0}^* (1 - \sin \alpha_n)]}{\sin \alpha_t} \right]^2} + d_b^2$$

With pinion type cutter { DIN 21771 (131) }:

$$d_{Ff} = -1 \sqrt{\left(2 a_0 \sin \alpha_{wt0} - \frac{z}{|z|} \sqrt{d_{Fa0}^2 - d_{b0}^2} \right)^2} + d_b^2$$

3.19 Active tip diameter

The active tip diameter is limited by the points T1 and T2. Because this are the start points of the involute of the gear wheels.

$$x_{T1} = \frac{d_{b1}}{2} \sin \alpha_{wt}$$

$$y_{T1} = \frac{d_{b1}}{2} \cos \alpha_{wt}$$

$$x_{T2} = \frac{d_{b2}}{-2} \sin \alpha_{wt}$$

$$y_{T2} = a - \frac{d_{b2}}{2} \cos \alpha_{wt}$$

$$d_{Na1max} = 2 (x_{T2}^2 + y_{T2}^2)^{0.5}$$

$$d_{Na2max} = 2 (x_{T1}^2 + (a - y_{T1})^2)^{0.5}$$

3.20 Active root diameter

$$d_{Nf1} = \sqrt{\left[2 a \sin \alpha_{wt} - \frac{z_2}{|z_2|} \sqrt{d_{Fa2}^2 - d_{b2}^2} \right]^2} + d_{b1}^2 \quad \{ \text{DIN 21771 (64) } \}$$

$$d_{Nf2} = \sqrt{\left[2 a \sin \alpha_{wt} - \sqrt{d_{Fa1}^2 - d_{b1}^2} \right]^2} + d_{b2}^2 \quad \{ \text{DIN 21771 (65) } \}$$

If $d_{Ff} > d_{Nf}$ then $d_{Nf} = d_{Ff}$ { DIN 21771 (66) und (67) }

If $d_{Nf1} = d_{Ff1}$ then $d_{Na2} = \sqrt{\left[2 \ a \ \sin \alpha_{wt} - \sqrt{d_{Ff1}^2 - d_{b1}^2}\right]^2 + d_{b2}^2}$ { DIN 21771 (68) }

If $d_{Nf2} = d_{Ff2}$ then $d_{Na1} = \sqrt{\left[2 \ a \ \sin \alpha_{wt} - \frac{z_2}{|z_2|} \sqrt{d_{Ff2}^2 - d_{b2}^2}\right]^2 + d_{b1}^2}$ { DIN 21771 (69) }

3.21 Pitch

$$p_t = m_t \pi = \frac{m_n \pi}{\cos \beta} \quad p_n = m_n \pi = p_t \cos \beta$$

$$p_x = m_x \pi = \frac{m_n \pi}{\sin |\beta|} = \frac{m_t \pi}{\tan |\beta|} = \frac{p_z}{|z|}$$

3.22 Transverse pitch on contact path = base pitch

$$p_{et} = p_{bt} = p_t \cos \alpha_t$$

$$p_{en} = p_{bn} = p_n \cos \alpha_n = p_{bt} \cos \beta_b$$

3.23 Tooth thickness

3.23.1 Tooth thickness at pitch diameter

$$s_t = \frac{p_t}{2} + 2 \times m_n \tan \alpha_t = m_t \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times \tan \alpha_n \right) = \frac{s_n}{\cos \beta} \quad \{ \text{DIN 3960 (3.5.24)} \}$$

$$s_t + e_t = p_t \quad \{ \text{DIN 3960 (3.5.32)} \}$$

$$s_t = m_t \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times \tan \alpha_n \right) = \frac{m_n}{\cos \beta} \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times \tan \alpha_n \right)$$

$$s_n = s_t \cos \beta = \frac{p_n}{2} + 2 \times m_n \tan \alpha_n = m_n \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times \tan \alpha_n \right) \quad \{ \text{DIN 3960 (3.5.44)} \}$$

3.23.2 Tooth chord thickness at pitch diameter

$$\Psi = \frac{s_t}{d} = \frac{\pi + 4 \times \tan \alpha_n}{2 \cdot z} \quad \{ \text{DIN 3960 (3.5.28)} \}$$

The first equation is right, the second only for the nominal dimensions, without tolerances.

$$s_{ct} = d \sin \Psi$$

$$\Psi = \frac{\pi + 4 \times \tan \alpha_n}{2 \cdot |z|} \quad \{ \text{DIN ISO 21771 (41)} \}$$

3.23.3 Toot thickness at tip diameter

$$\alpha_a = \arccos \frac{d_b}{d_a}$$

$$s_a = d_a \left(\frac{s_t}{d} + (\tan \alpha_t - \alpha_t) - (\tan \alpha_a - \alpha_a) \right)$$

$$s_a = d_a \left(\frac{s_t}{d} + \tan \alpha_t - \alpha_t - \tan \alpha_a + \alpha_a \right)$$

$$s_{an} = s_a \cos \beta$$

3.23.4 Tooth thickness on any radius

$$s_y = d_y \left(\frac{s_x}{d_x} + \text{inv } \alpha_x - \text{inv } \alpha_y \right)$$

$$s_y = d_y \left(\frac{s_x}{d_x} + \tan \alpha_x - \alpha_x - \tan \alpha_y + \alpha_y \right)$$

$$s_{yt} = d_y \left(\frac{s_t}{d} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{yt} \right) \quad \{ \text{DIN 3960 (3.5.25)} \}$$

$$s_y = d_y \left(\frac{\pi + 4 x \tan \alpha_n}{2 z} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{yt} \right)$$

$$\alpha_x = \arccos \frac{d_b}{d_x}$$

$$\alpha_y = \arccos \frac{d_b}{d_y}$$

$$s_a = d_a \left(\frac{s_t}{d} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_a \right)$$

$$s_t = m_t \left(\frac{\pi}{2} + 2 x \tan \alpha_n \right) + A_s$$

$$\alpha_a = \arccos \frac{d_b}{d_a}$$

3.23.5 Tooth thickness on basis diameter

$$s_{bt} = d_b \left(\frac{\pi + 4 x \tan \alpha_n}{2 z} + \text{inv } \alpha_t \right) \quad \{ \text{DIN 3960 (3.5.27)} \}$$

$$s_{bt} = d_b \left(\frac{\pi + 4 x \tan \alpha_n}{2 z} + \tan \alpha_t - \alpha_t \right)$$

3.23.6 Max tip diameter

$$s_y = d_y \left(\frac{s_t}{d} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_y \right)$$

$$\frac{s_t}{d} + \text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_y = \frac{s_y}{d_y}$$

$$\text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_y = \frac{s_y}{d_y} - \frac{s_t}{d}$$

$$\mathit{inv}\alpha_y = \mathit{inv}\alpha_t - \frac{s_y}{d_y} + \frac{s_t}{d_t}$$

$$s_y = 0$$

$$\mathit{inv}\alpha_y = \mathit{inv}\alpha_t + \frac{s_t}{d_t}$$

$$\cos\alpha_y = \frac{d_b}{d_y}$$

$$d_y = \frac{d_b}{\cos\alpha_y}$$

3.24 Gap width

3.24.1 Gap width on pitch circle

$$e_t = d \ \eta$$

$$e_t = d \left(\frac{\pi - 4 \ x \ \tan \alpha_n}{2 \ |z|} \right)$$

$$e_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \left(\frac{\pi}{2} - 2 \ x \ \tan \alpha_n \right) \quad \{ \text{DIN 21771, (44)} \}$$

$$\eta = \frac{\pi - 4 \ x \ \tan \alpha_n}{2 \ |z|} \quad \{ \text{DIN 21771, (46)} \}$$

$$\eta_y = \frac{e_{yt}}{d_y} = \eta - \frac{z}{|z|} (\text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{yt})$$

$$e_y = d_y \left(\eta - \frac{z}{|z|} (\text{inv } \alpha_t - \text{inv } \alpha_{yt}) \right)$$

$$\alpha_{yt} = \arccos \frac{d_b}{d_y} = \arccos \left(\frac{d}{d_y} \cos \alpha_t \right) \quad \{ \text{DIN 21771, (13)} \}$$

3.24.2 Gap width on root

$$\alpha_{ft} = \arccos \frac{d_b}{d_f}$$

$$e_{ft} = |d_f| \left[\frac{\pi - 4 \ x \ \tan \alpha_n}{2 \ |z|} - \frac{z}{|z|} (\tan \alpha_t - \alpha_t - \tan \alpha_{ft} + \alpha_{ft}) \right]$$

3.25 Contact ratios

- am Grundkreis beginnt die Evolvente
- der Fußnutzkreis kann nicht kleiner sein als der Grundkreis
- T_1 ergibt den maximal möglichen Kopfnutzkreis von Rad 2
- T_2 begrenzt den maximal möglichen Kopfnutzkreis von Rad 1
- ohne Unterschnitt ergeben die Schnittpunkte A und E der Kopfnutzkreise mit der Eingriffslinie die Fußnutzkreise

$$x_{T1} = \frac{d_{b1}}{2} \sin \alpha_{wt}$$

$$y_{T1} = \frac{d_{b1}}{2} \cos \alpha_{wt}$$

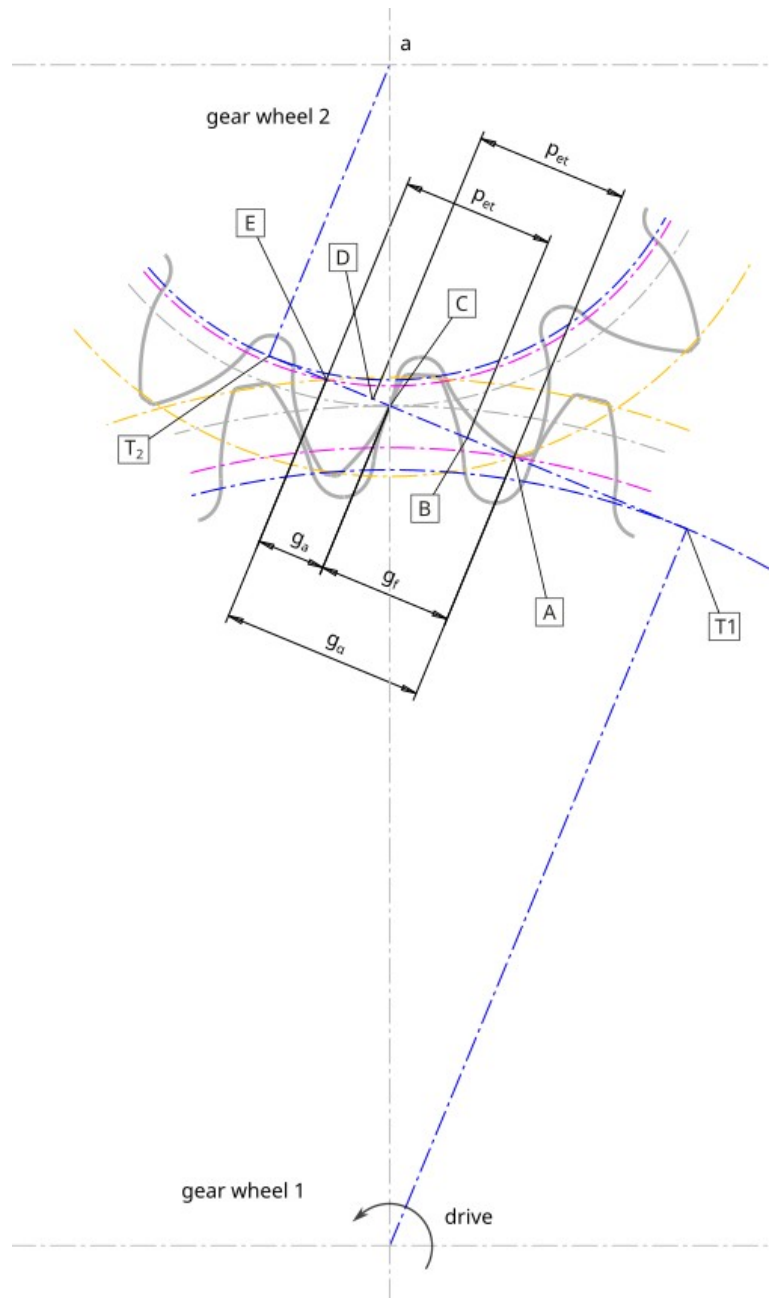
$$x_{T2} = \frac{d_{b2}}{-2} \sin \alpha_{wt}$$

$$y_{T2} = a - \frac{d_{b2}}{2} \cos \alpha_{wt}$$

$$d_{Na1max} = 2 (x_{T2}^2 + y_{T2}^2)^{0.5}$$

$$d_{Na2max} = 2 (x_{T1}^2 + (a - y_{T1})^2)^{0.5}$$

$$\overline{T_1 T_2} = \rho_{T2-1} = ((x_{T2} - x_{T1})^2 + (y_{T2} - y_{T1})^2)^{0.5}$$



Berechnung der Schnittpunkte Kopfkreis-Eingriffslinie A und E

Punkt E:

$$m_q = -\tan \alpha_{wt}$$

$$n_q = \frac{d_{w1}}{2}$$

$$a_q = 1 + m^2$$

$$b_q = 2 \ m \ n$$

$$c_q = n^2 - (0.5 \ d_{Na1})^2$$

$$x_E = \frac{-b_q - (b_q^2 - 4 \ a_q \ c_q)^{0.5}}{2 \ a_q}$$

$$y_E = m \ x_E + n$$

$$d_{Nf2} = 2 \ (x_E^2 + y_E^2)^{0.5} \geq d_{b2}$$

Punkt A:

$$a_q = 1 + m^2$$

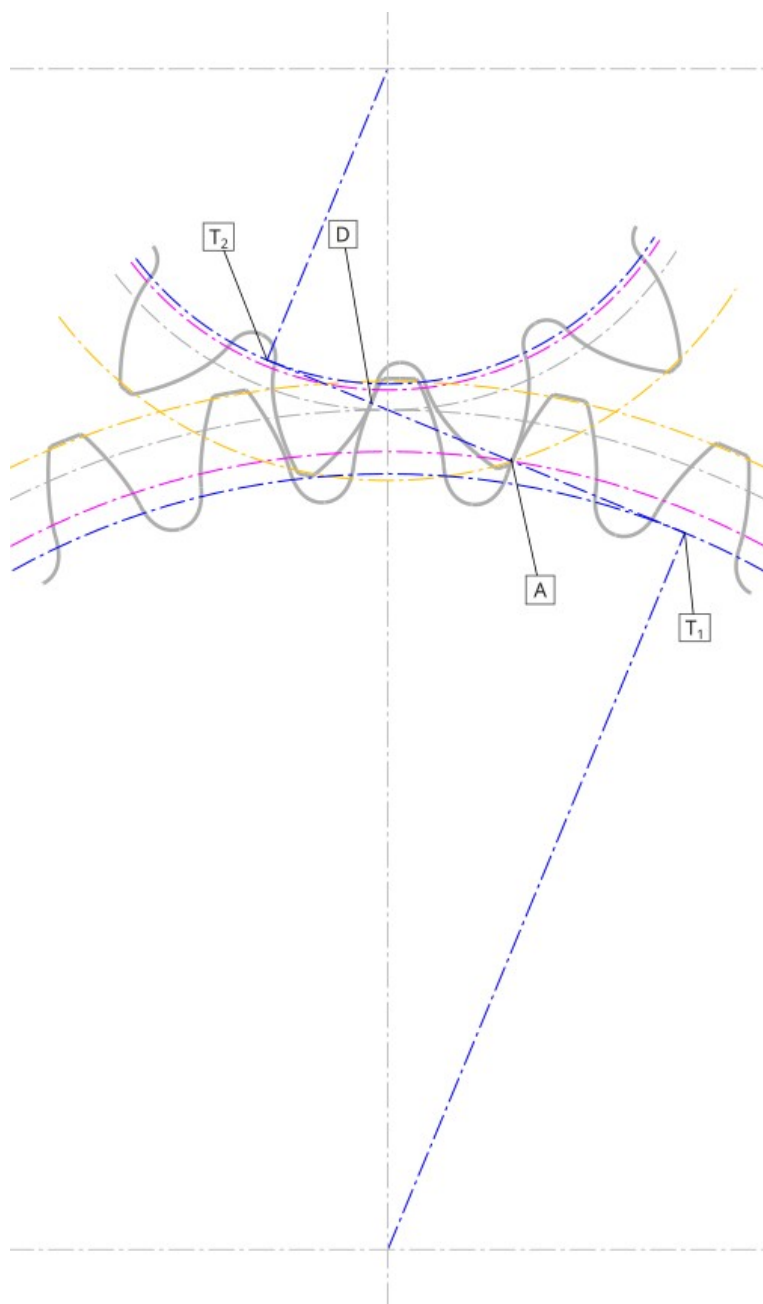
$$b_q = 2 \ m \ n - 2 \ x_{02} - 2 \ m \ a$$

$$c_q = x_{02}^2 + n^2 + y_{02}^2 - (0.5 \ d_{Na2})^2 - 2 \ n \ y_{02}$$

$$x_A = \frac{-b_q + (b_q^2 - 4 \ a_q \ c_q)^{0.5}}{2 \ a_q}$$

$$y_A = m \ x_A + n$$

$$d_{Nf1} = 2 \left(x_A^2 + y_A^2 \right)^{0.5} \geq d_{b1}$$



3.25.1 Partial contact transverse ratios

$$\epsilon_1 = \frac{z_1}{2 \pi} \left[\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \tan \alpha_{wt} \right]$$

$$\epsilon_2 = \frac{z_2}{2 \pi} \left[\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \tan \alpha_{wt} \right]$$

3.25.2 Transverse contact ratio

$$g_{\alpha} = 0,5 \left[\sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} + \frac{z_2}{|z_2|} \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} - 2 a \sin \alpha_{wt} \right]$$

$$\epsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_{et}}$$

$$\epsilon_{\alpha} = \epsilon_1 + \epsilon_2$$

3.25.3 Overlap ratio

$$\epsilon_{\beta} = \frac{b \tan \beta}{p_t}$$

$$\epsilon_{\beta} = \frac{b \sin |\beta|}{m_n \pi}$$

3.25.4 Total contact ratio

$$\epsilon_{\gamma} = \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta}$$

3.26 Check of limits

In work ...

3.27 Height of tooth tip

$$h_{aP} = h_{aP}^* m_n$$

$$h_a = h_{aP} + m_n (x + K_k^*)$$

$$h_a = \frac{d_a - d}{2}$$

3.28 Height of tooth root

$$h_{fP} = h_{fP}^* m_n$$

$$h_f = h_{fP} - m_n x$$

$$h = h_a + h_f$$

$$h_f = \frac{d - d_f}{2}$$

3.29 Height of tooth

$$h = \frac{d_a - d_f}{2}$$

3.30 Tooth height together

$$h_w = \frac{d_{a1} + d_{a2}}{2} - a \quad \{ \text{DIN 3960 (4.2.08) } \}$$

$$h_w = \frac{d_{Na1} + d_{Na2}}{2} - a$$

$$h_w = \left| \frac{-d_{NaP} - d_{NaH}}{2} - a \right|$$

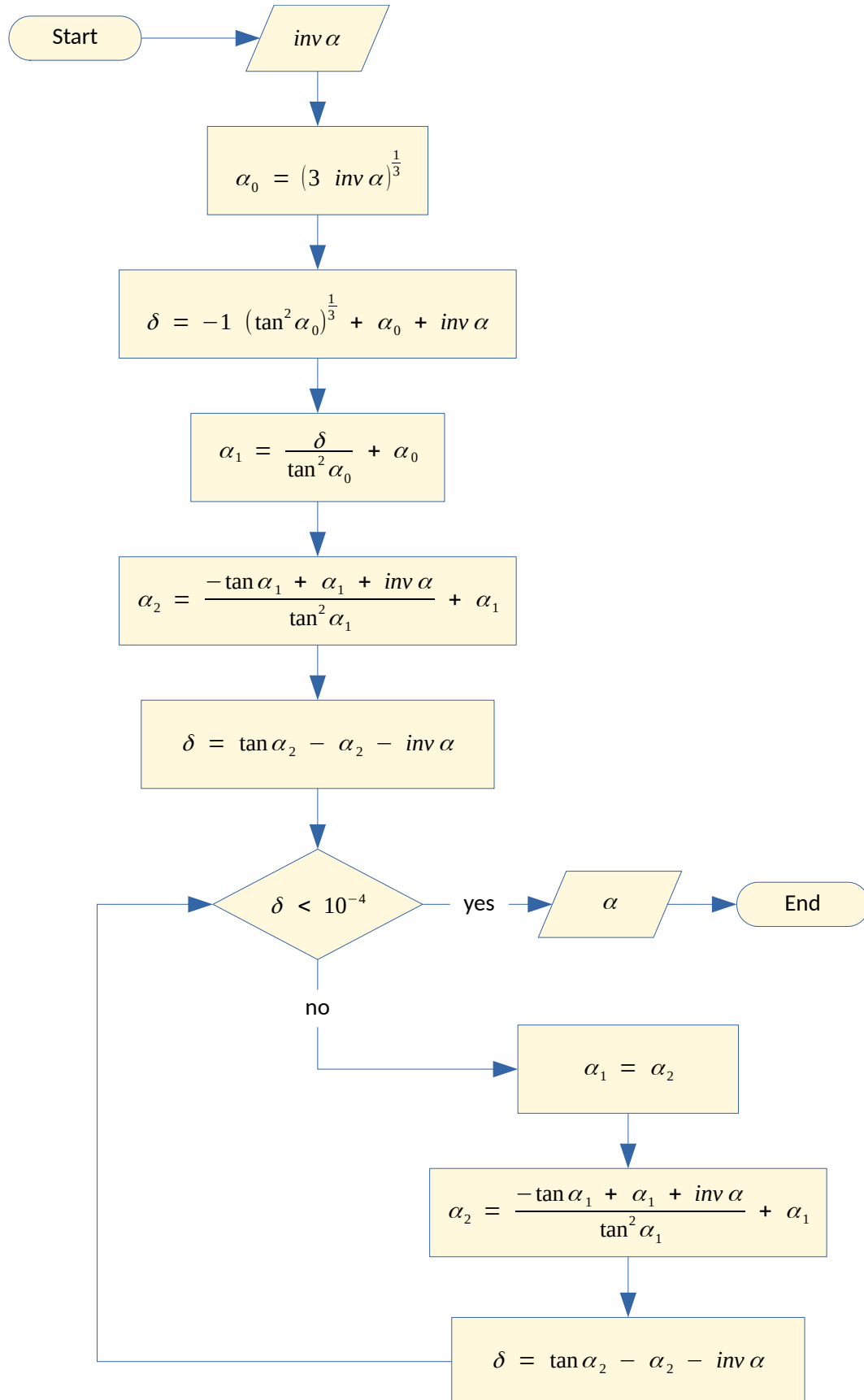
3.31 Contact path

$$\tan \beta_B = \sin \beta_b \tan \alpha_t = \tan \beta \sin \alpha_n$$

3.32 Determination of $\text{inv } \alpha$ from α and α from $\text{inv } \alpha$

$$\alpha = \frac{\text{alpha}^\circ \pi}{180^\circ}$$

$$\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha$$



20

0,3490658504

pinion cutter type ring gear

0,3491

Winkel [Grad] = 51,160136395

1,0154912976

Winkel [rad] = 0,8929128259

-0,247232696

0,9203237069

Kontrolle: 0,3490658504

20

0,0023128547

0,89440765

23,128590863

0,8929173929

0,4036700619

7,044748E-06

0,89440765

Delta = 0

0,8929173929

0

0,8929128259

0

6,586282E-11

0,0017940555

0,8929128259

0,8929128259

0

0,8929128259

0,8929128259

O

0,8929128259

0,8929128259

0

0,8929128259

0,8929128259

0

0,8929128259

0,8929128259

0

0,8929128259

0,8929128259

0

0,8929128259

0,8929128259

3.33 Backlash

Niemann / Winter Bd. II

21.4.6 Flankenspiel, Getriebepassung

Allgemeines s. Abschn. 21.1.5. f, g. — Um ein Mindestflankenspiel zu sichern, müssen die Zähne (bei Nenn-Achsabstand) um einen Mindestbetrag — das obere Zahndickenabmaß A_{ane} — dünner als die Nenn-Zahndicken sein.⁴ Ferner muß als Herstelltoleranz ein ausreichend großer Zahndickenbereich — die Zahndickentoleranz T_{sn} — zur Verfügung stehen. Dieser wird begrenzt durch das untere Zahndickenmaß A_{sn1} (Bild 21.4/8). Die negativen Zahndickenabmaße kann man durch eine zusätzliche Werkzeugzustellung erzeugen (s. Abschn. 21.3.5.2 b).

• Theoretisches Flankenspiel: Berücksichtigt man, daß sich auch das Achsabstandsabmaß A_a auswirkt und rechnet man die Zahndickenabmaße auf den Stirnschnitt um, so ergibt sich das theoretische Drehflankenspiel (im Stirnschnitt):

$$j_t = [(A_{\text{sn1}} + A_{\text{sn2}}) + A_a \tan \alpha_n] / \cos \beta. \quad (21.4/3)$$

⁴ Dies ist das Prinzip des Getriebe-Paßsystems „Einheitsachsabstand“, das in DIN genormt ist. Man könnte das Flankenspiel auch dadurch erzeugen, daß man die Zahnräder bei fester Zahndicke auseinander-rückt, d. h. den Achsabstand vergrößert (Paßsystem „Einheitszahndicke“). Hierbei sind Räderketten jedoch schwieriger zu vermaßen.

3.34 Specific sliding

$$\rho_y = r_b \cdot \xi_y = r_b \cdot \tan \alpha_{yt} = \frac{z}{|z|} \sqrt{r_y^2 - r_b^2} = \frac{z}{|z|} (r_y^2 - r_b^2)^{0.5} \quad \{ \text{DIN 3960 (3.3.07)} \}$$

$$\zeta_1 = 1 - \frac{\rho_{y2}}{u \cdot \rho_{y1}}$$

$$\zeta_2 = 1 - \frac{u \cdot \rho_{y1}}{\rho_{y2}}$$

$$Q_y = r_b \cdot \xi_y = r_b \cdot \tan \alpha_{yt} = \frac{z}{|z|} \cdot \sqrt{r_y^2 - r_b^2} \quad (3.3.07)$$

$$\zeta_1 = 1 - \frac{Q_{y2}}{u \cdot Q_{y1}} \quad (4.5.09)$$

$$\zeta_2 = 1 - \frac{u \cdot Q_{y1}}{Q_{y2}} \quad (4.5.10)$$

$$\text{in A: } \zeta_{f1} = 1 - \frac{Q_{A2}}{u \cdot Q_{A1}} \quad (4.5.11)$$

$$\text{in E: } \zeta_{f2} = 1 - \frac{u \cdot Q_{E1}}{Q_{E2}} \quad (4.5.12)$$

$$\overline{T_1 C} = Q_{C1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{w1}^2 - d_{b1}^2} = \frac{1}{2} \cdot d_{b1} \cdot \tan \alpha_{wt} \quad (4.4.14)$$

$$\overline{T_2 A} = Q_{A2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{z_2}{|z_2|} \cdot \sqrt{d_{Na2}^2 - d_{b2}^2} \quad (4.4.15)$$

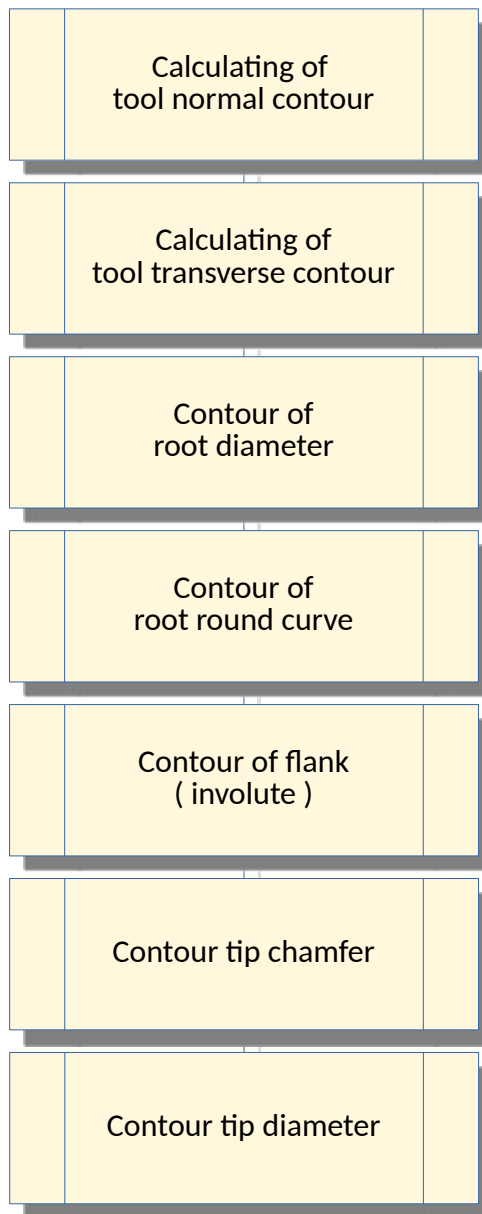
$$\overline{T_1 E} = Q_{E1} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{d_{Na1}^2 - d_{b1}^2} \quad (4.4.16)$$

$$\overline{T_1 B} = Q_{B1} = Q_{E1} - p_{et} \quad (4.4.17)$$

$$\overline{T_2 D} = Q_{D2} = Q_{A2} - p_{et} \quad (4.4.18)$$

$$\overline{T_1 T_2} = Q_{C1} + Q_{C2} = a \cdot \sin \alpha_{wt} = Q_{A1} + Q_{A2} = Q_{E1} + Q_{E2} \quad (4.4.19)$$

3.35 Tool dimensions



3.35.1 Normal section

$$s_{aP0K} = s_{P0} - 2 h_{aP0} \tan(\alpha_n)$$

$$w_{trm} = 0,25 \pi - 0,5 \alpha_n$$

$$c_{trm} = \frac{\rho_{aP0}}{\cos(w_{trm})}$$

$$b_{trm} = (c_{trm}^2 - \rho_{aP0}^2)^{0,5}$$

$$x_{trm} = b_{trm} - 0,5 \cdot s_{aP0K}$$

$$r_{trm} = (x_{trm}^2 + \rho_{aP0}^2)^{0,5}$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x = (r^2 - y^2)^{0,5}$$

$$P_1:$$

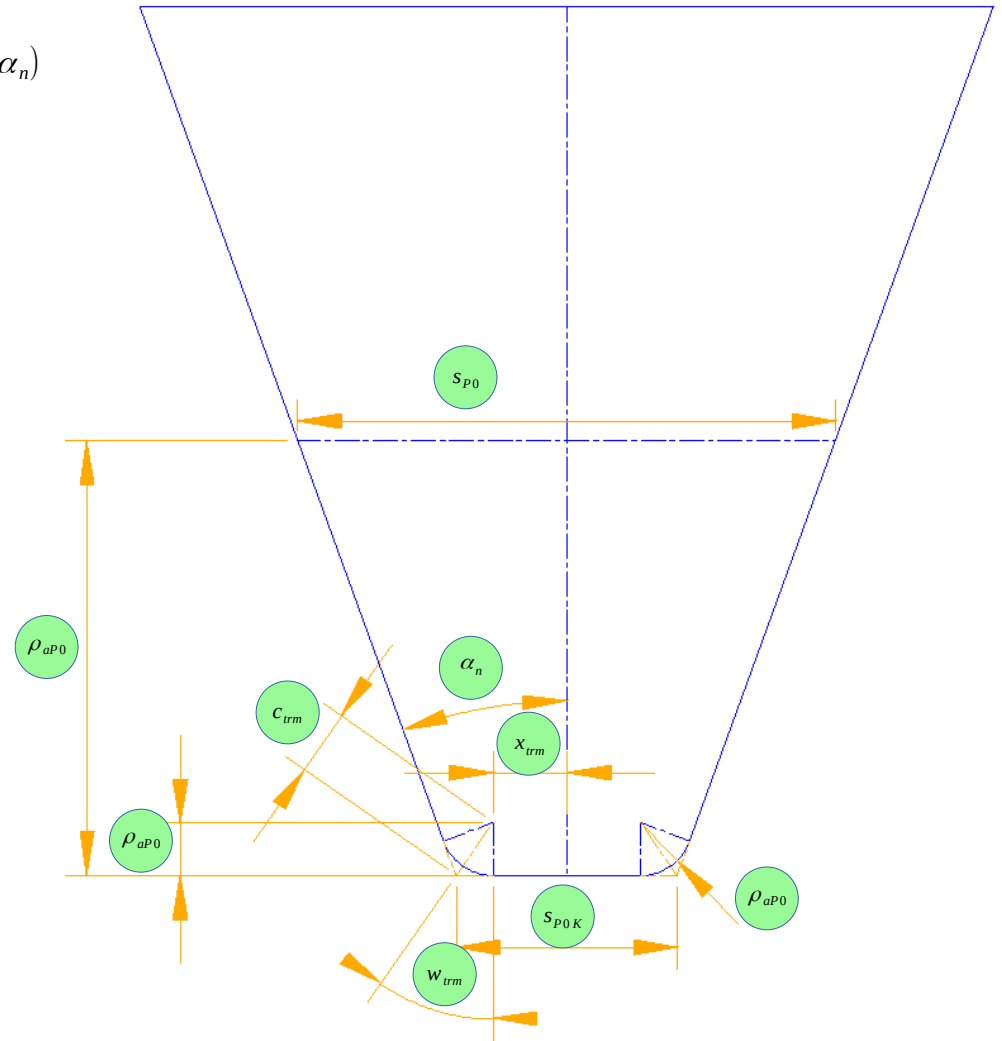
$$x_{P1} = x_{trm}$$

$$y_{P1} = 0$$

$$x_{P2} = (\rho_{aP0}^2 - (\rho_{aP0} - \delta_y)^2)^{0,5} + x_{trm}$$

$$y_{P2} = \rho_{aP0} (1 - \sin(\alpha_n))$$

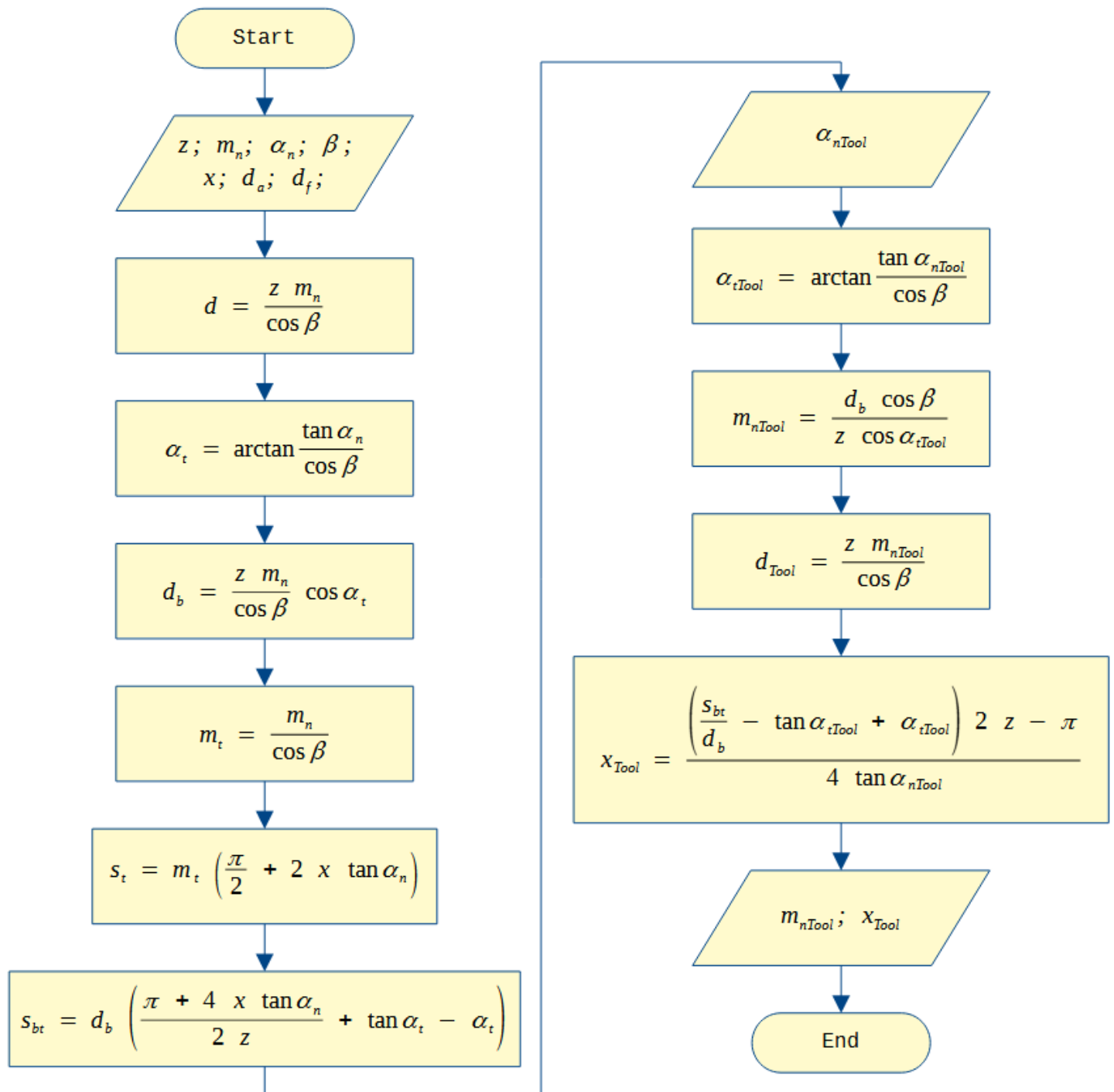
$$\delta_y = \frac{y_{P2}}{i_{steps}}$$

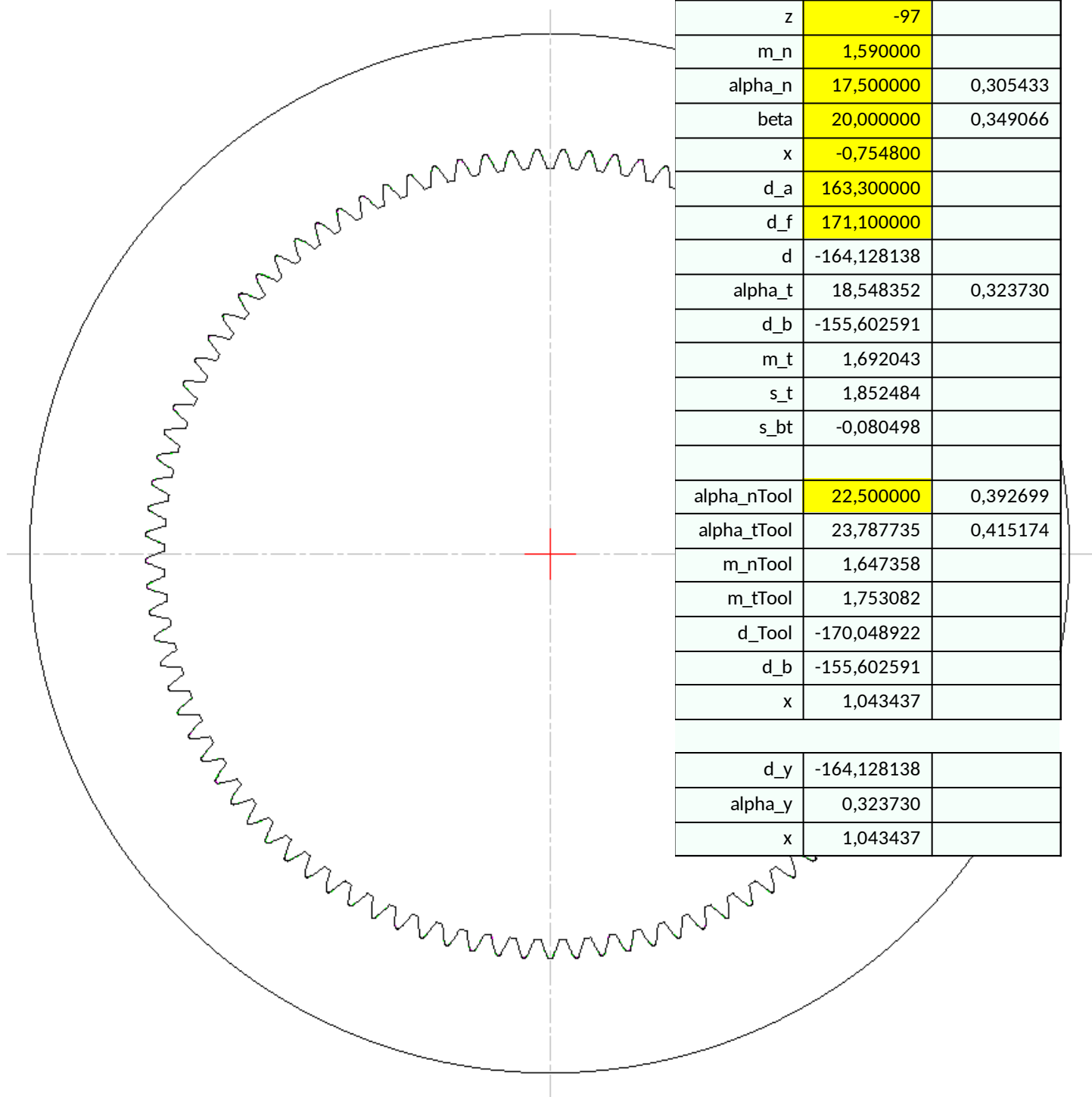


3.35.2 Drawing of transverse profile

3.36 Tool with different pressure angle

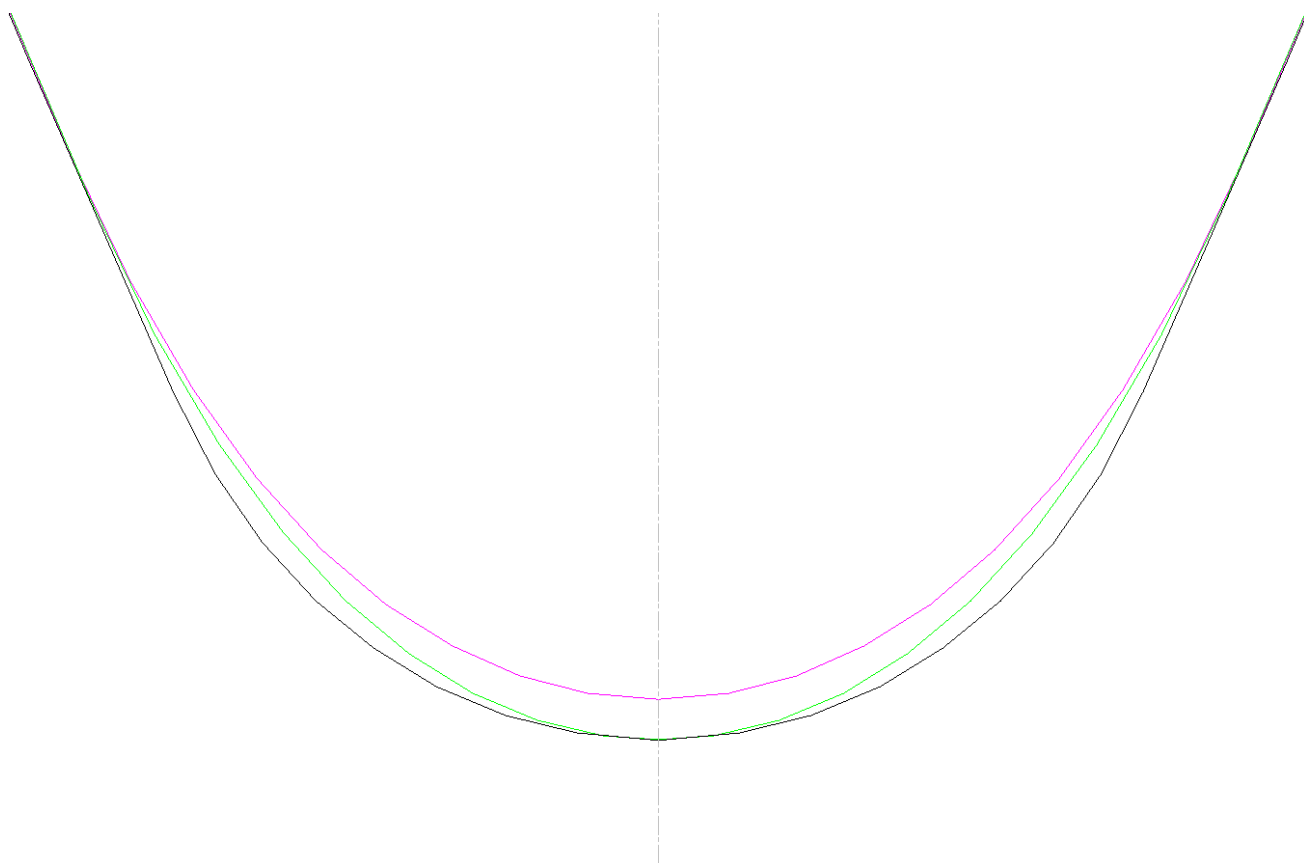
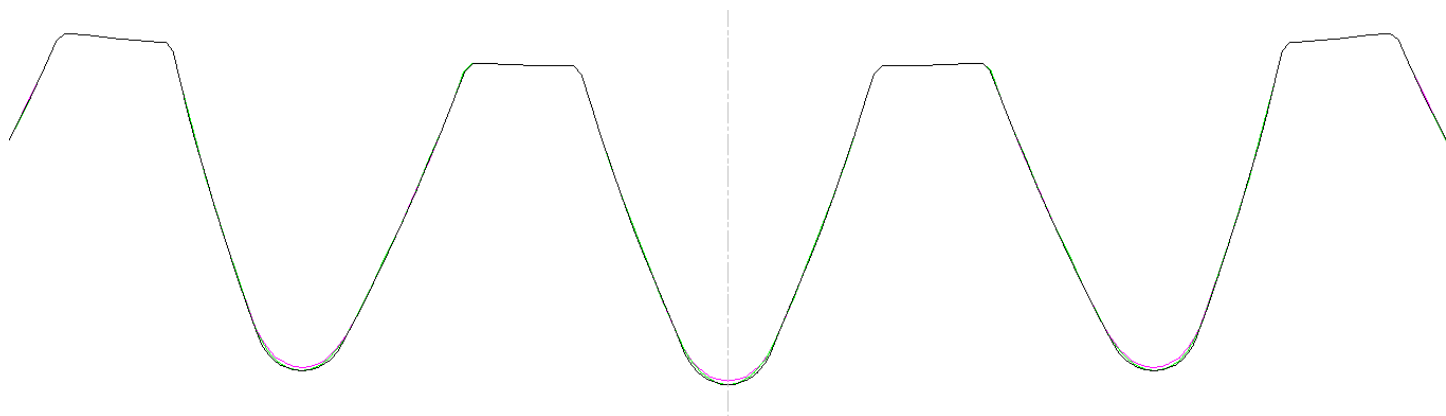
Some times it is necessary for the tool to have a different pressure angle than the gear wheel because better manufacturing or no other tool available.





z	-97	
m_n	1,590000	
alpha_n	17,500000	0,305433
beta	20,000000	0,349066
x	-0,754800	
d_a	163,300000	
d_f	171,100000	
d	-164,128138	
alpha_t	18,548352	0,323730
d_b	-155,602591	
m_t	1,692043	
s_t	1,852484	
s_bt	-0,080498	
alpha_nTool	22,500000	0,392699
alpha_tTool	23,787735	0,415174
m_nTool	1,647358	
m_tTool	1,753082	
d_Tool	-170,048922	
d_b	-155,602591	
x	1,043437	

d_y	-164,128138	
alpha_y	0,323730	
x	1,043437	



4 Planetary gear stage

The teeth number of ring gears is always a minus number. That have advantageous for determining of direction of rotation and the direction of torque.

a	center distance	a like Achsabstand (german)
a_d	zero-center distance	
H	ring gear	H like Hohlrاد (german)
i	ratio	
i_{HS}	ration ring gear to planet carrier	
i_{HZ}	ratio ring gear to sun gear	
i_{SH}	ration planet carrier to ring gear	
i_{SZ}	ration planet carrier to sun gear	
i_{ZH}	ratio sun gear to ring gear	stationary gear ratio
i_{ZS}	ratio sun gear to planet carrier	
n	speed	
n_H	speed of ring gear	
n_P	speed of planet gear	
n_S	speed of planet carrier	
n_Z	speed of sun gear	
p	number of planets	
P	planet gear	
S	planet carrier	S like Steg (german)
z_H	teeth number of ring gear	
z_P	teeth number of planet gear	
z_Z	teeth number of sun gear	
Z	sun gear	z like Zentralrad because S is used for planet carrier

4.1 Speed basic equation

With this equation it is possible to calculate any ratios:

$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

4.2 Ratio and Speed

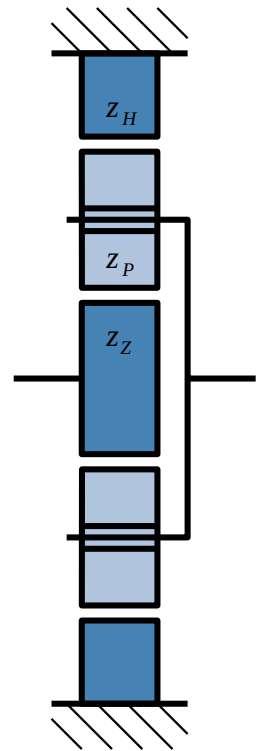
If the ring gear is fixed is

$$n_H = 0$$

$$n_Z = \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S$$

$$\frac{n_Z}{n_S} = 1 - \frac{z_H}{z_Z} = i_{ZS}$$

$$n_S = \frac{n_Z}{1 - \frac{z_H}{z_Z}} = \frac{n_Z}{i_{ZS}}$$



4.2.1 Sun - planet carrier

$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

$$n_H = 0$$

$$n_Z = \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S$$

$$\frac{n_Z}{n_S} = \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) = i_{ZS}$$

$$n_S = \frac{n_Z}{i_{ZS}} = \frac{n_Z}{1 - \frac{z_H}{z_Z}}$$

$$i_{ZS} = 1 - \frac{z_H}{z_Z} \qquad z_H = \text{round}\left[\left(1 - i_{req}\right) z_Z\right]$$

4.2.2 Sun - ring gear

$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

$$n_S = 0$$

$$n_Z = \frac{z_H}{z_Z} n_H$$

$$\frac{n_Z}{n_H} = \frac{z_H}{z_Z} = i_{ZH} \quad \{ \quad i_{ZH} \text{ is often also called } i_0 \quad \}$$

$$n_H = \frac{n_Z}{i_{ZH}} = \frac{n_Z}{\frac{z_H}{z_Z}} = \frac{n_Z z_Z}{z_H}$$

$$i_{ZH} = \frac{z_H}{z_Z} \qquad z_H = \text{round}\left[-z_Z \left|i_{req}\right|\right] \qquad z_H = \text{round}\left[-z_Z i_{req}\right]$$

4.2.3 Ring gear - sun

$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

$$n_S = 0$$

$$n_Z = \frac{z_H}{z_Z} n_H$$

$$\frac{n_H}{n_Z} = \frac{z_Z}{z_H} = i_{HZ}$$

$$n_Z = \frac{n_H}{i_{HZ}} = \frac{n_H}{\frac{z_Z}{z_H}} = \frac{n_H z_H}{z_Z}$$

$$\frac{n_H}{n_Z} = i_{HZ} = \frac{z_Z}{z_H}$$

$$i_{HZ} = \frac{z_Z}{z_H}$$

$$z_H = \text{round} \left[\frac{-z_Z}{|i_{req}|} \right]$$

$$z_H = \text{round} \left[\frac{z_Z}{i_{req}} \right]$$

4.2.4 Ring gear - planet carrier

$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

$$n_Z = 0$$

$$\frac{z_H}{z_Z} n_H = -\left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S$$

$$\frac{n_H}{n_S} = \frac{-\left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right)}{\frac{z_H}{z_Z}} = \frac{\frac{z_H}{z_Z} - 1}{\frac{z_H}{z_Z}} = \frac{\left(\frac{z_H}{z_Z} - 1\right) z_Z}{z_H} = \frac{z_H - z_Z}{z_H} = i_{HS}$$

$$n_S = \frac{n_H}{i_{HS}} = \frac{n_H}{\frac{z_H - z_Z}{z_H}} = \frac{n_H z_H}{z_H - z_Z}$$

$$i_{HS} = \frac{z_H - z_Z}{z_H}$$

$$z_H = \frac{-z_Z}{i_{req} - 1}$$

4.2.5 Planet carrier - sun

$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

$$n_H = 0$$

$$n_Z = \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S$$

$$\frac{n_S}{n_Z} = \frac{1}{1 - \frac{z_H}{z_Z}} = i_{SZ}$$

$$i_{SZ} = \frac{1}{1 - \frac{z_H}{z_Z}} \qquad z_H = \frac{-z_Z}{i_{req} - 1}$$

4.2.6 Planet carrier - ring gear

$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

$$n_Z = 0$$

$$\frac{z_H}{z_Z} n_H = -\left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S$$

$$\frac{n_S}{n_H} = \frac{\frac{z_H}{z_Z}}{-\left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right)} = \frac{\frac{z_H}{z_Z}}{\frac{z_H}{z_Z} - 1} = \frac{z_H}{z_Z \left(\frac{z_H}{z_Z} - 1\right)} = \frac{z_H}{z_H - z_Z} = i_{SH}$$

$$n_H = \frac{n_S}{i_{SH}} = \frac{n_S}{\frac{z_H}{z_H - z_Z}} = \frac{n_S (z_H - z_Z)}{z_H}$$

$$n_H = \frac{n_S}{i_{SH}} = \frac{n_S}{\frac{z_H}{z_H - z_Z}} = \frac{n_S (z_H - z_Z)}{z_H}$$

$$i_{SH} = \frac{z_H}{z_H - z_Z} \qquad z_H = \text{round} \left[\frac{z_Z}{i_{req}} \right]$$

4.3 Relative speed

4.3.1 Relative speed of sun gear

$$n_{Zrel} = n_Z - n_S$$

4.3.2 Relative speed of ring gear

$$n_{Hrel} = n_H - n_S$$

4.3.3 Relative speed of planet gear

$$n_{Prel} = -\frac{Z_Z}{Z_P} n_{Zrel}$$

$$n_{Prel} = -\frac{Z_H}{Z_P} n_{Hrel}$$

$$n_{Prel} = -\frac{Z_Z}{Z_P} (n_Z - n_S)$$

$$n_{Prel} = -\frac{Z_H}{Z_P} (n_H - n_S)$$

4.4 Find teeth numbers

At first: KissSoft is not able to find all possible teeth numbers of a planetary gear stage - the reason for that knows only the programmer, for all other people in the world it's a mystery.

In fact of this we have to find the possible teeth number self.

Generally it's better, to arrange the planets equably on the center distance diameter around the sun: no unbalance, equably deformation of ring gear rim are the main reasons.

4.5 Assembly condition

This is checkable with the follow equation as assembly condition:

$$integer = \frac{z_Z - z_H}{p} \quad \{ \text{Niemann / Winter (22.5/25)} \}$$

4.6 Teeth number of planets

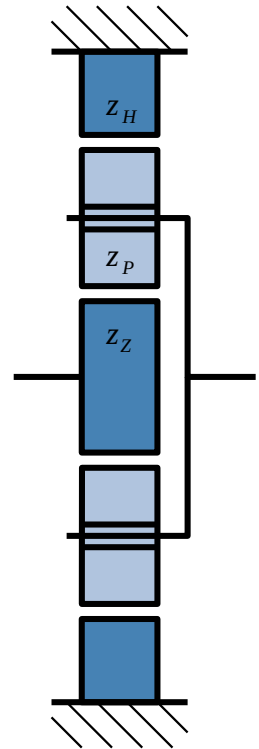
The teeth numbers of a planetary gear stage

$$z_p = \frac{-z_Z - z_H - B}{2} \quad \{ \text{Niemann / Winter (22.5/26)} \}$$

$$\frac{B}{2} = 0,5; 1; 1,5$$

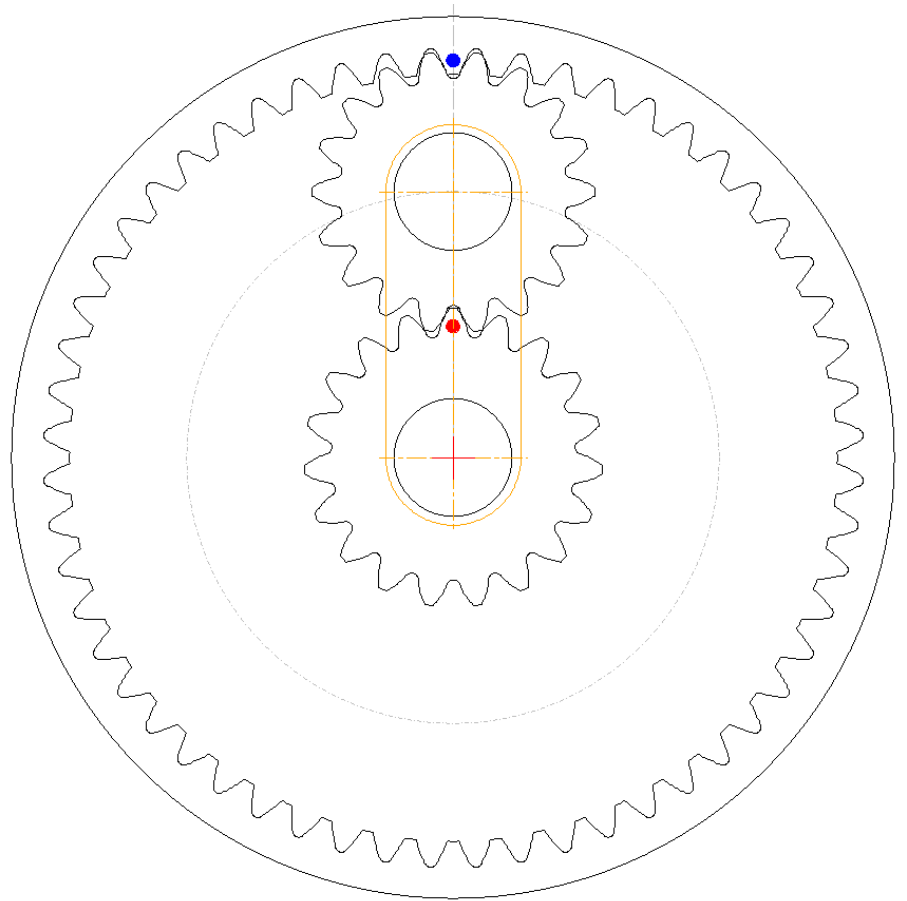
4.7 Smallest possible assembly angle

$$\delta_{min} = \frac{360^\circ}{z_Z - z_H}$$

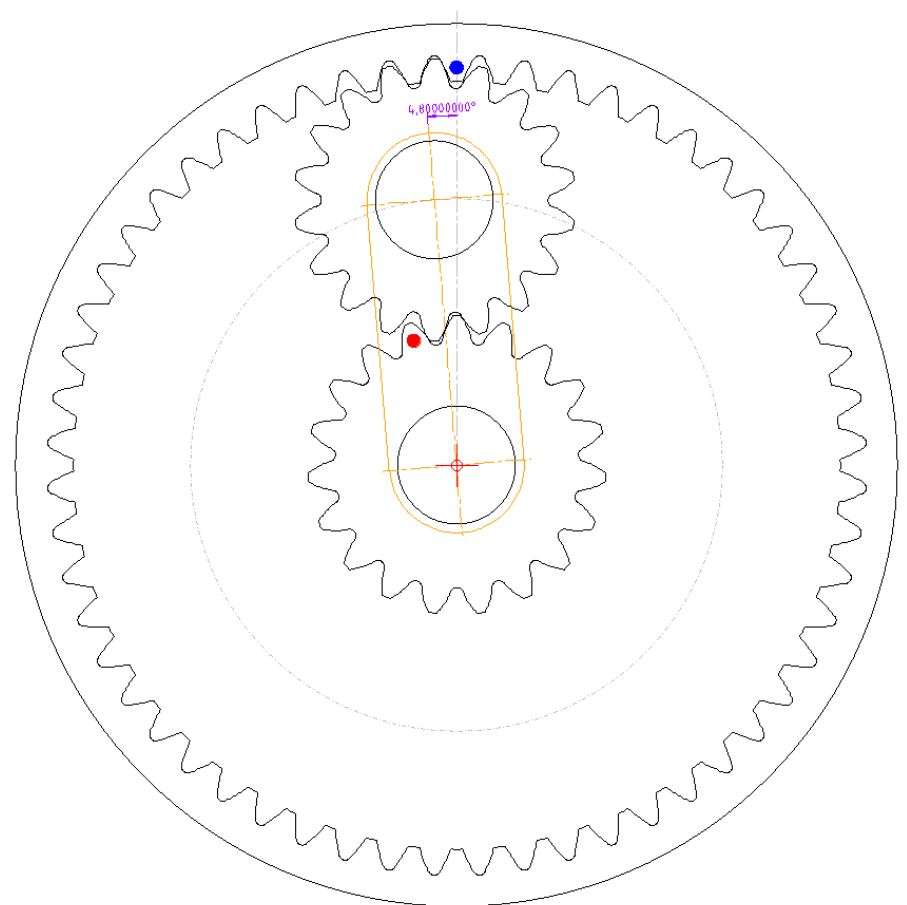


If the ring gear is fixed and the sun is turned with the angle of one tooth (one pitch) are the teeth of sun and ring gear in same configuration as in start position, another planet would fit in the start position.

The planet carrier turns in this case with the smallest possible angle for assembling another planet.



Die Zähne sind immer ganzzahlig, an jede Position des Planetenträgers, die sich durch das Weiterdrehen um einen Zahn der Sonne ergibt, kann theoretisch ein Planet montiert werden.



$$n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H - \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S = 0$$

$$n_H = 0$$

$$n_Z = \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right) n_S$$

$$n_S = \frac{n_Z}{1 - \frac{z_H}{z_Z}}$$

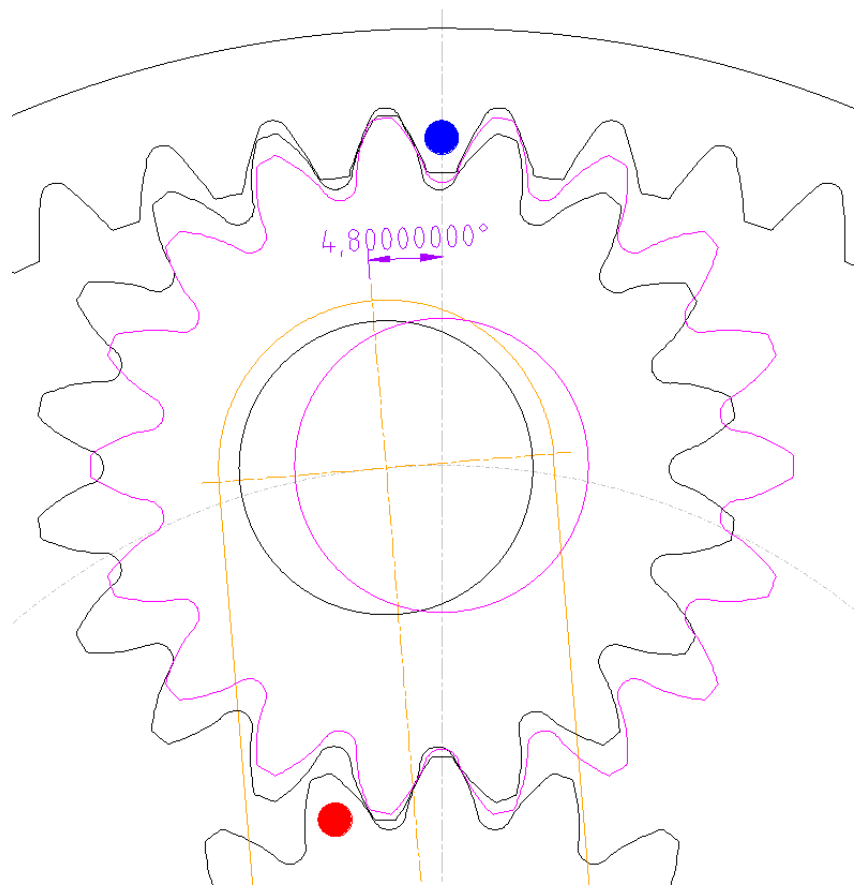
Winkel von einem Sonnenzahn für n_Z einsetzen ergibt den kleinstmöglichen Montagewinkel für den Planetenträger:

$$n_{Smin} = \frac{\frac{360^\circ}{z_Z}}{1 - \frac{z_H}{z_Z}}$$

$$n_{Smin} = \frac{360^\circ}{z_Z \left(1 - \frac{z_H}{z_Z}\right)}$$

$$n_{Smin} = \frac{360^\circ}{z_Z - z_H}$$

$$\delta_{min} = \frac{360^\circ}{z_Z - z_H}$$



z_Z	z_P	z_H	p	f_{ass}
19	18	-56	5	15

i_{ZH}	-2,94736842
i_{ZS}	3,94736842
i_{HS}	1,33928571

ϕ_Z	ϕ_{Zrel}	ϕ_{Prel}	ϕ_H	ϕ_{Hrel}	ϕ_S
18,94736842	18,94736842	- 20	-6,42857143	-6,42857143	-
18,94736842	14,14736842	-14,93333333	-	-4,80000000	4,80000000
-	5	-5,06666667	-6,42857143	-1,62857143	-4,80000000

Method N1:

To find teeth number combinations you need following information:

- required ratio
- ratio tolerance
- smallest teeth number for sun
- largest teeth number for sun
- number of planets

With the table "Searching pgs teeth numbers.xlsx" is now the finding of different teeth number possible.

Three cells green: solution fit the requirements

Three cells green: not possible with equably arranged planets

Blue green blue: arrangement of planets is equably possible, ratio is not in the searched range

4.8 Find module for given a

In the case of a given center distance is to calculate with this a as a zero center distance:

Sometimes it's possible to have gear sets with different of sun – planet and planet – ring gear. In this case is to calculate for both meshes the normale modul and to make an average value of this both.

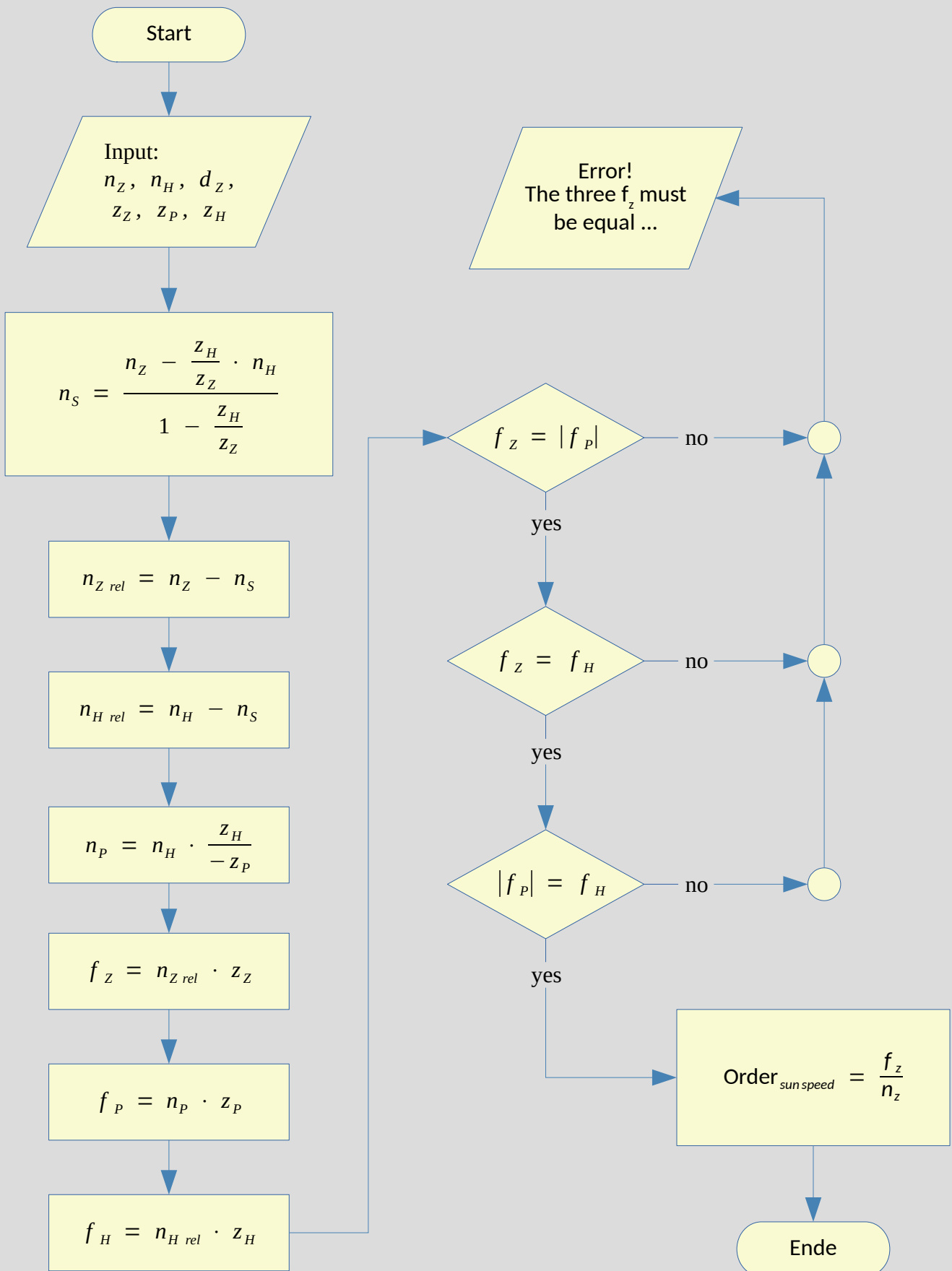
$$m_{nZP} = \frac{2 a_{dZP} \cos \beta}{z_Z + z_P} \qquad m_{nPH} = -1 \frac{2 a_{dPH} \cos \beta}{z_P + z_H}$$
$$m_n = \frac{m_{nZP} + m_{nPH}}{2}$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$$

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{d_b}{d_w} = \frac{m_t (z_1 + z_2) \cos \alpha_t}{2 a} = \frac{a_d \cos \alpha_t}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha_t) (z_1 + z_2)}{2 \tan \alpha_n}$$

4.9 Meshing frequencies and orders



Symbols and units		
f_{zH} :	Meshing frequency ring gear	1 / s
f_{zP} :	Meshing frequency planet	1 / s
f_{zZ} :	Meshing frequency sun	1 / s
i_{zS} :	Ratio sun to planet carrier	-
n_H :	Speed of ring gear	1 / min
n_{Hrel} :	Speed of ring gear relative	1 / min
n_P :	Speed of planet	1 / min
n_S :	Speed of planet carrier	1 / min
n_Z :	Speed of sun	1 / min
n_{Zrel} :	Speed of sun relative	1 / min
z_H :	Teeth number ring gear	-
z_P :	Teeth number planet	-
z_Z :	Teeth number sun	-

$$f_z = n_z \cdot \text{Ordnung}$$

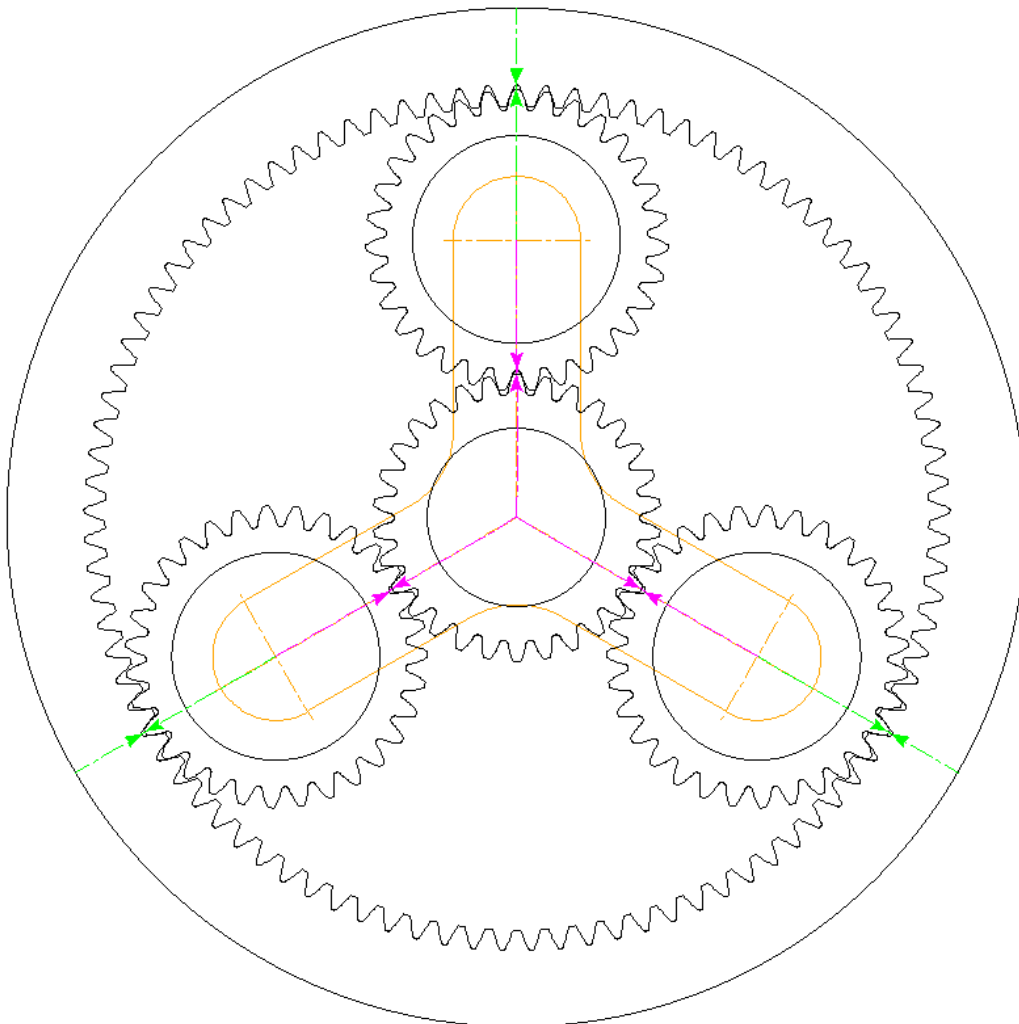
4.10 Example 1: assembly condition and ratios

z_z	z_p	z_H	p
30	31	-93	3

4.10.1 Assembly condition:

$$integer = \frac{z_z - z_H}{p} = \frac{30 - (-93)}{3} = 41$$

It's a integer number, the assembly condition is met.



4.10.2 Sun to ring gear

$$i_{ZH} = \frac{n_Z}{n_H} = \frac{z_H}{z_Z} = -\frac{93}{30} = -3.1$$

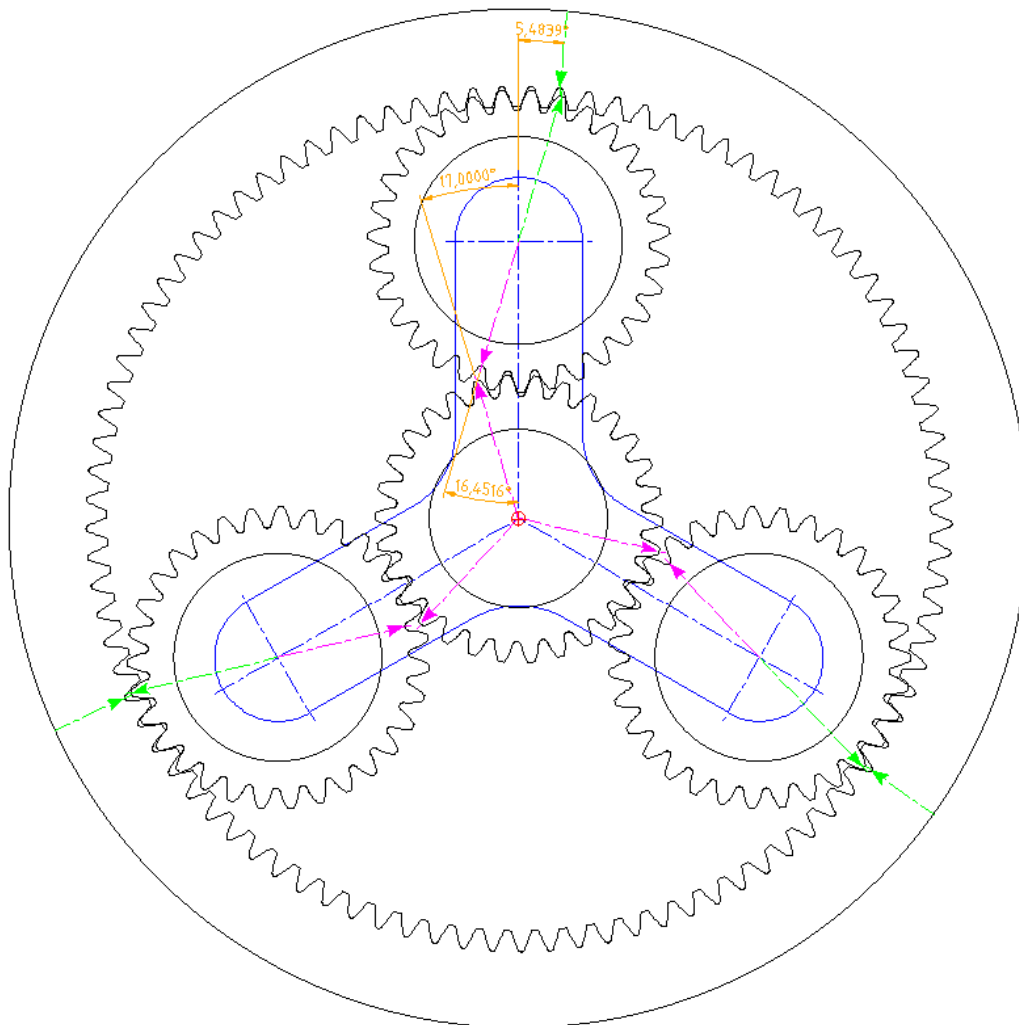
$$n_S = 0$$

$$n_Z = 17^\circ$$

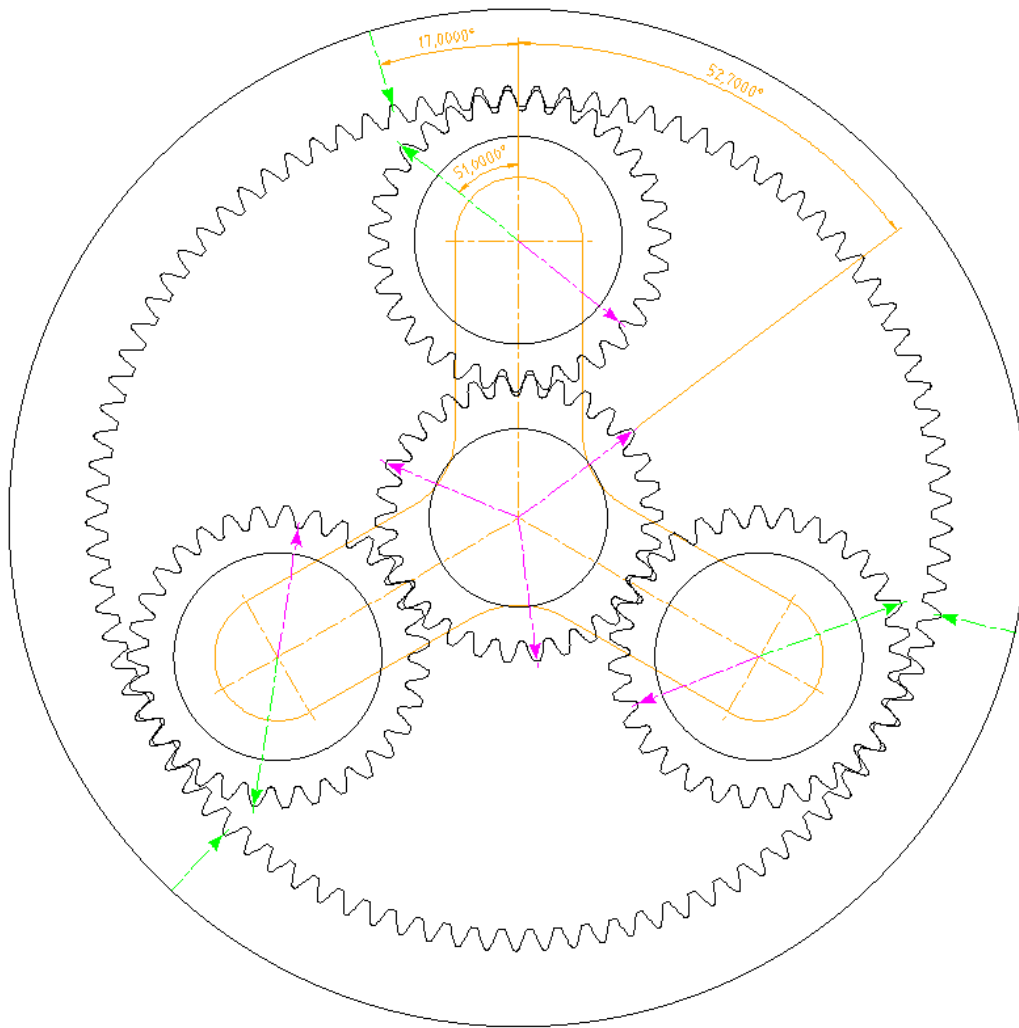
$$n_H = \frac{n_Z z_Z}{z_H} = \frac{17^\circ \cdot 30}{-93} = -5,4839^\circ$$

$$n_{Zrel} = n_Z - n_S = 17^\circ - 0^\circ = 17^\circ$$

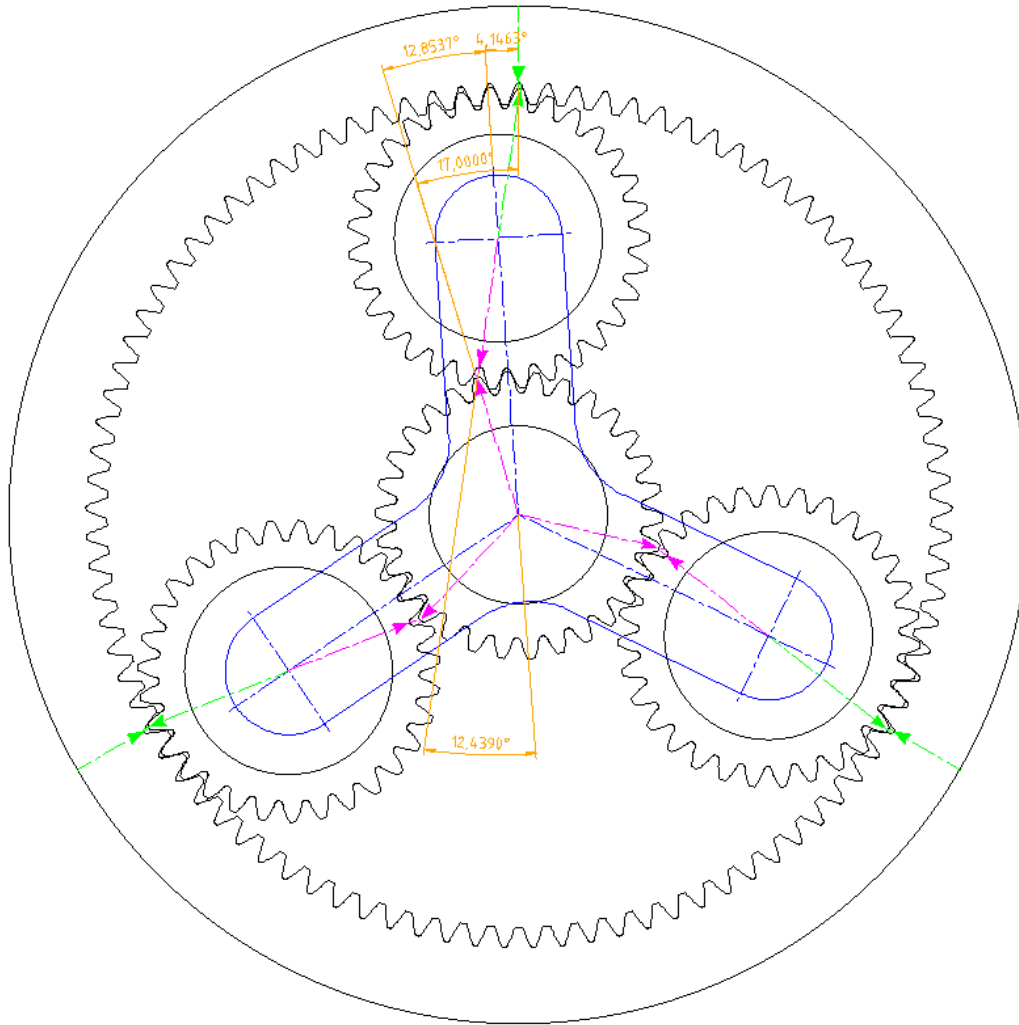
$$n_{prel} = -\frac{z_Z}{z_P} n_{Zrel} = -\frac{30}{31} \cdot 17^\circ = -16,4516^\circ$$



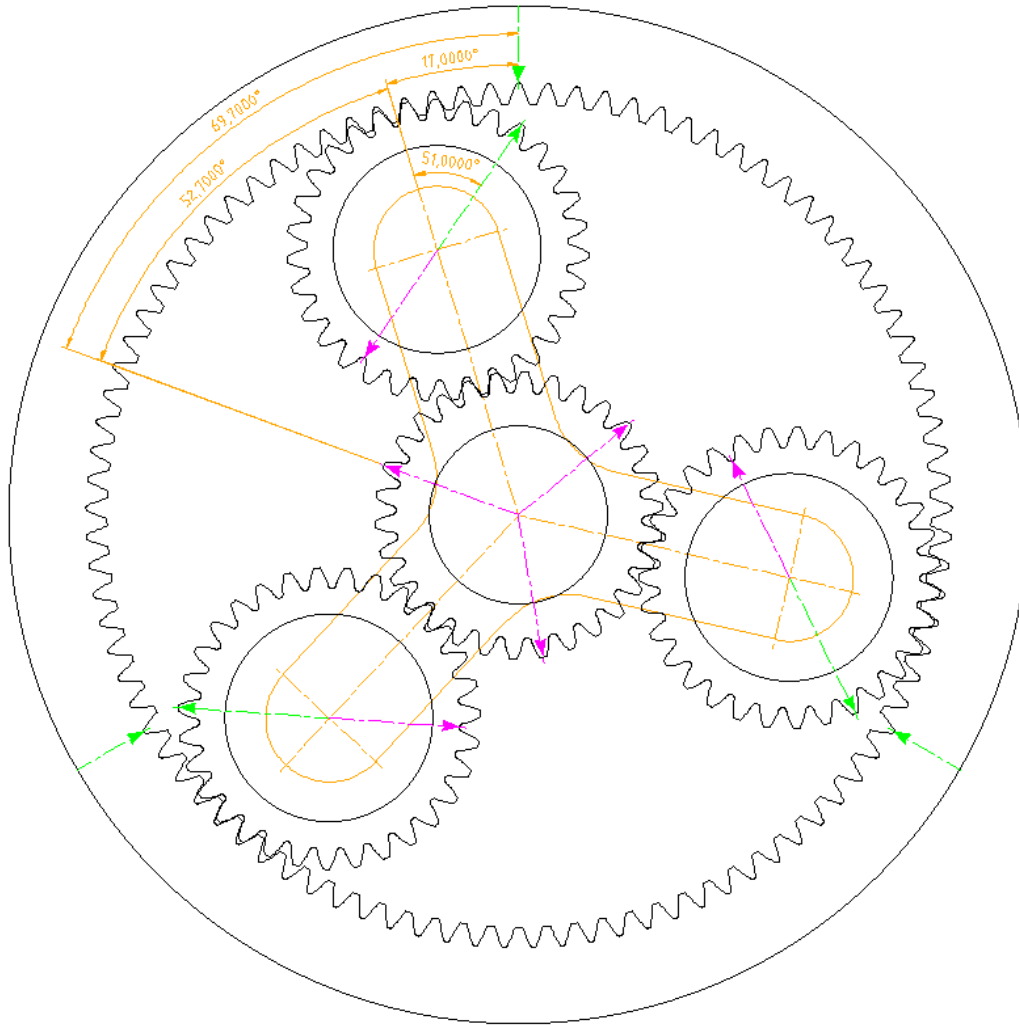
4.10.3 Ring gear to sun



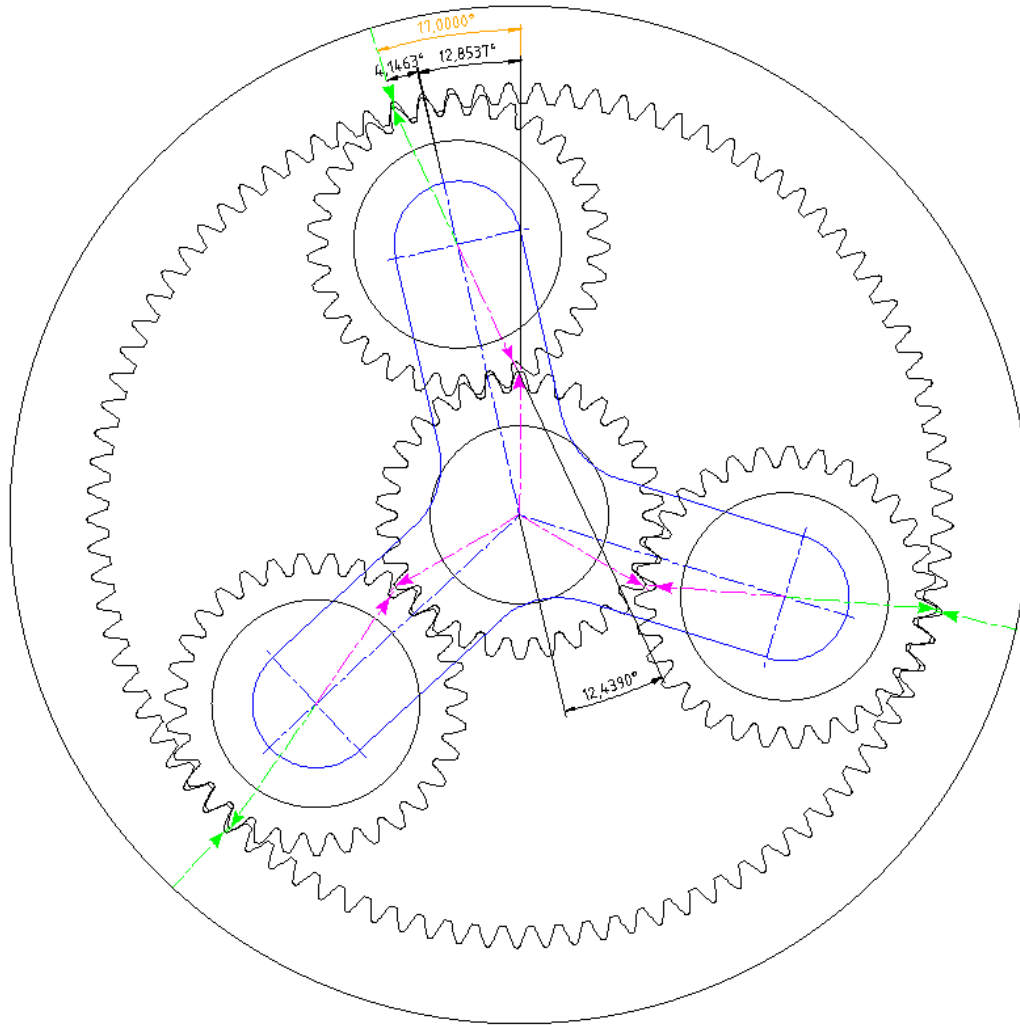
4.10.4 Sun to planet carrier



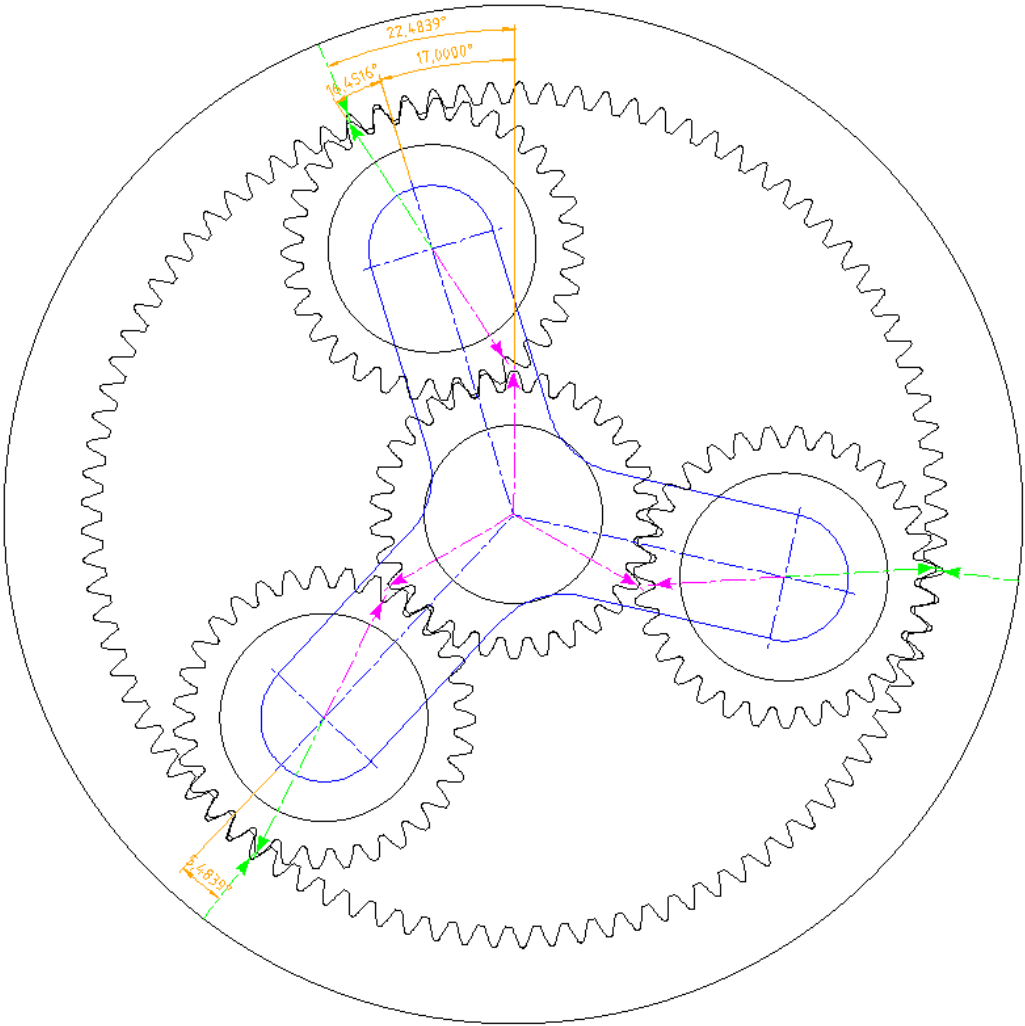
4.10.5 Planet carrier to sun



4.10.6 Ring gear to planet carrier



Planet carrier to ring gear



5 Step-planetary gear stages

5.1.1 Assembly condition

$$\frac{z_Z \cdot z_{PH} - z_{PZ} \cdot z_H}{p \cdot \gcd} = \text{integer}$$

gcd = greatest common divisor of z_{PZ} and z_{PH}

5.1.2 Ratio

$$i_0 = i_{ZH} = \frac{z_{PZ} z_H}{z_Z z_{PH}}$$

$$n_Z - i_0 n_H - (1 - i_0) n_S = 0$$

$$n_Z - \frac{z_{PZ} z_H}{z_Z z_{PH}} n_H - \left(1 - \frac{z_{PZ} z_H}{z_Z z_{PH}} \right) n_S = 0$$

Sun to ring gear

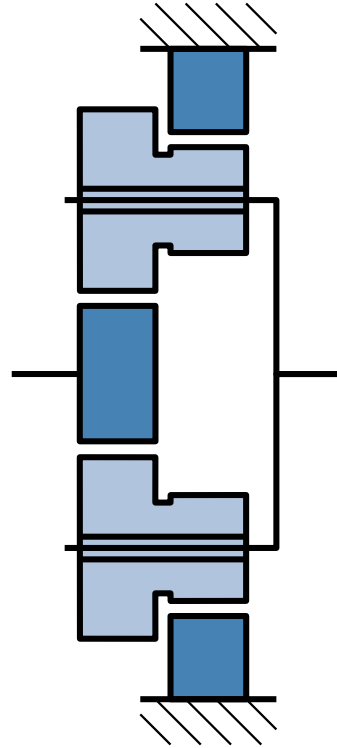
$$n_S = 0$$

$$i_{ZH} = \frac{n_Z}{n_H} = \frac{z_{PZ} z_H}{z_Z z_{PH}}$$

Sun to planet carrier

$$n_H = 0$$

$$i_{ZS} = \frac{n_Z}{n_S} = 1 - \frac{z_{PZ}}{z_Z} \cdot \frac{z_H}{z_{PH}}$$



Ring gear to planet carrier

$$n_Z - i_0 n_H - (1 - i_0) n_S = 0$$

$$n_Z = 0$$

$$i_{HS} = \frac{n_H}{n_S} = -\frac{1 - i_{ZH}}{i_{ZH}} = \frac{i_{ZH} - 1}{i_{ZH}}$$

5.1.3 Assembly condition

$$\frac{z_Z \cdot z_{PH} - z_{PZ} \cdot z_H}{p \cdot ggT} = integer$$

5.1.4 Ratio

$$i_{ZS} = 1 - \frac{z_{PZ}}{z_Z} \cdot \frac{z_H}{z_{PH}}$$

$$n_Z - \frac{z_{PZ} z_H}{z_Z z_{PH}} n_H - \left(1 - \frac{z_{PZ} z_H}{z_Z z_{PH}}\right) n_S = 0$$

$$i_{HS} = \frac{n_H}{n_S}$$

$$i_{ZH} = \frac{z_{PZ} z_H}{z_Z z_{PH}} = i_0$$

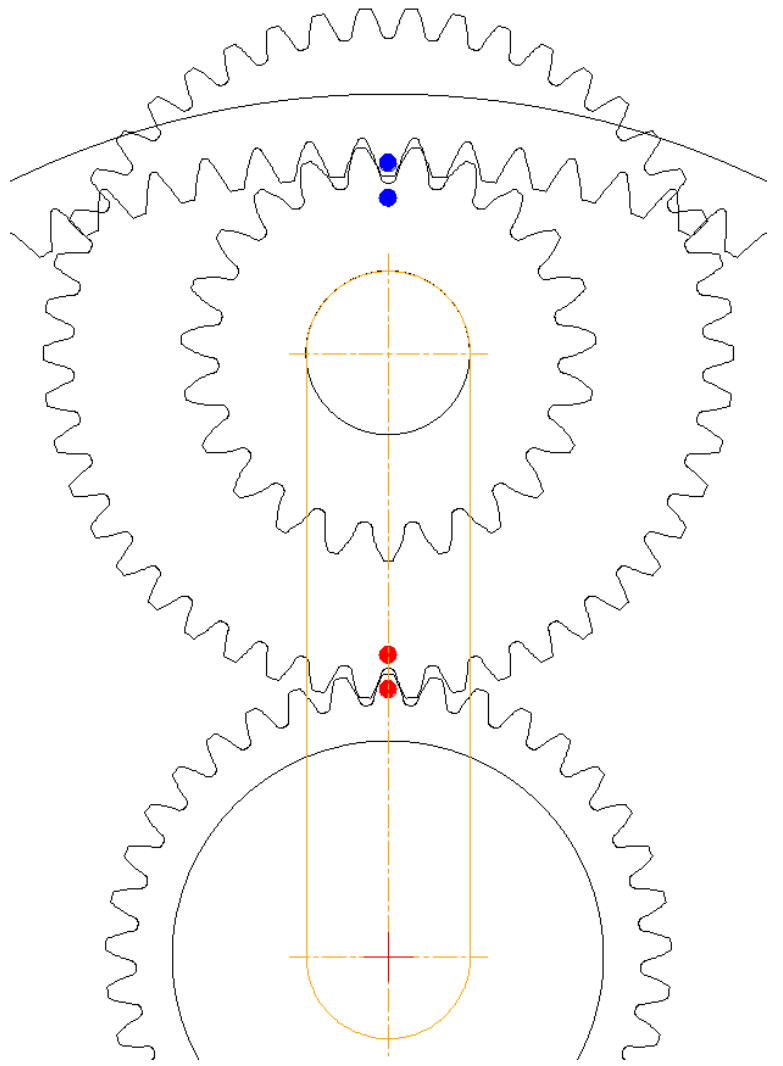
$$n_Z - i_0 n_H - (1 - i_0) n_S = 0$$

$$n_Z = 0$$

$$-i_0 \; n_H = (1 \; - \; i_0) \; n_S$$

$$\frac{n_H}{n_S} = \frac{1 \; - \; i_0}{i_0} = \frac{1}{i_0} \; - \; 1 = \frac{z_Z \; z_{PH}}{z_{PZ} \; z_H} \; - \; 1$$

$$\frac{n_Z}{i_0} = n_H \; - \; \frac{1 \; - \; i_0}{i_0} \; n_S$$



For $n_s = 0$ is

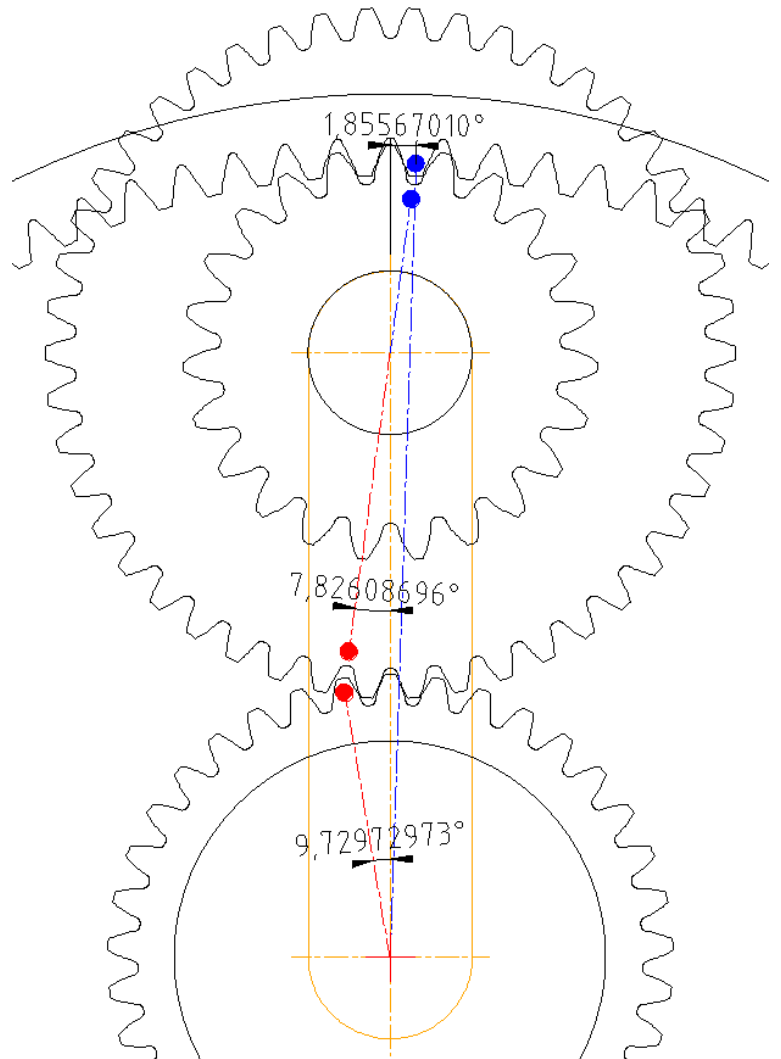
$$n_p = \frac{n_z z_z}{z_{pz}}$$

$$n_H = \frac{n_p z_{ph}}{z_H}$$

$$n_H = \frac{\frac{n_z z_z}{z_{pz}} z_{ph}}{z_H}$$

$$n_H = \frac{n_z z_z z_{ph}}{z_{pz} z_H}$$

$$\frac{n_H}{n_z} = \frac{z_z z_{ph}}{z_{pz} z_H} = i_{ZH} = i_0$$



$$n_z - i_0 n_H - (1 - i_0) n_s = 0$$

$$n_z - \frac{z_z z_{ph}}{z_{pz} z_H} n_H - \left(1 - \frac{z_z z_{ph}}{z_{pz} z_H} \right) n_s = 0$$

z_z	z_{pz}	z_{ph}	z_H	p
37	46	23	-97	3

i_{ZH}	-5,24324324
i_{ZS}	3,62162162
i_{HS}	1,38144330

f_{ass}	T_g
77	23

ϕ_z	ϕ_{Zrel}	ϕ_{Prel}	ϕ_H	ϕ_{Hrel}	ϕ_S
9,72972973	9,72972973	7,82608696	-1,85567010	-1,85567010	-
9,72972973	7,04316257	-5,66515250	-	-2,68656716	2,68656716
0	2,68656716	-2,16093446	-3,71134021	-1,02477304	-2,68656716

5.2 Speeds and torques

5.2.1 Speed of sun

$$n_Z = \frac{z_H}{z_Z} n_H + \left(1 - \frac{z_H}{z_Z} \right) n_S$$

5.2.2 Speed of planet carrier

$$n_S = \frac{n_Z - \frac{z_H}{z_Z} n_H}{\left(1 - \frac{z_H}{z_Z} \right)}$$

5.2.3 Speed of ring gear

$$n_H = \frac{\left(1 - \frac{z_H}{z_Z} \right) n_S - n_Z}{\frac{z_H}{z_Z}}$$

5.2.4 Relative speed of planets on planet bolt

$$n_{PS} = -\frac{z_Z}{z_P} (n_Z - n_S)$$

$$n_{PS} = -\frac{z_H}{z_P} (n_H - n_S)$$

$$T_z = \frac{-T_H}{i_{ZH}} = \frac{T_S}{i_{ZH} - 1}$$

$$T_S = T_z (i_{ZH} - 1) = \frac{-T_H (i_{ZH} - 1)}{i_{ZH}}$$

$$T_H = -i_{ZH} T_z = \frac{-T_S i_{ZH}}{i_{ZH} - 1}$$

6 Efficiency

6.1 Verlustleistung

$$P_V = P_{Vz} + P_{Vz0} + P_{VB} + P_{VB0} + P_{VD} + P_{VX}$$

P_{Vz} : Zahnreibungsverluste aus der Kraftübertragung bei Gleit-Wälz-Bewegung der Zahnflanken, Hauptanteil der Verlustleistung bei niedrigen Umfangsgeschwindigkeiten.

P_{Vz0} : Leerlaufverluste für Zahnräder; bei Tauchschmierung überwiegend Planschverluste, bei Einspritzschmierung: Quetschverluste durch Verdrängen des Öls aus den Zahnücken, durch Leistung zum Beschleunigen und Umlenken des eingespritzten Öls und Ventilationsverluste. - Diese Verlustanteile dominieren bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten.

P_{VB} : Verluste aus der Lagerbelastung.

P_{VB0} : Lager-Leerlaufverluste.

P_{VD} : Reibungsleistung der Dichtungen.

P_{VX} : Verlustleistung anderer Aggregate.

$$P_{Vz} = P_a \mu_m H_V$$

$$H_V = \frac{\pi (u + 1)}{z_1 u \cos \beta_b} (1 - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)$$

6.2 Konstruktionskatalog

6.2.1 Modul:

- der Verzahnungsmodul ist so klein wie möglich auszuführen;
- begrenzend ist die Zahnfußsicherheit;
- erhöhtes Anregungsverhalten ist nicht zu erwarten;
- die Zahneingriffssteifigkeit nimmt ab;

6.2.2 Eingriffswinkel:

- der Eingriffswinkel ist möglichst groß zu wählen
- begrenzend ist die Zahnkopfdicke (Spitzgrenze)
- Radialkräfte – somit die Lagerkräfte - nehmen zu, normalerweise sind die Lagerverluste deutlich geringer als die Verzahnungsverluste
- leichte Verbesserung des Anregungsverhaltens

6.2.3 Schrägungswinkel

- die lastabhängigen Verzahnungsverluste steigen mit größer werdendem Schrägungswinkel
- für bezüglich Wirkungsgrad günstige Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha < 1$ ist ein Schrägungswinkel notwendig, damit die Gesamtüberdeckung $\epsilon_\gamma \geq 1$ wird
- der Schrägungswinkel ist ausreichend groß und so klein wie möglich zu wählen
- zu beachten ist der Einfluss des Schrägungswinkels auf die Sprungüberdeckung und damit auf die Anregung

6.2.4 Kopfeingriffsstrecken

- Verhältnis der Kopfeingriffsstrecken $\epsilon_1 : \epsilon_2$ sollte bei 1:1 liegen
- kleinere Abweichungen haben nur geringe Auswirkungen
- ein gleichmäßiges Kopfeingriffsstreckenverhältnis wirkt sich sowohl auf die Tragfähigkeiten als auch auf die Verlustleistung positiv aus
- tendenziell niedrigere Anregungen ergeben sich bei größerer Kopfeingriffsstrecke des treibenden Rades

6.2.5 Profilüberdeckung

- Profilüberdeckung ϵ_α möglichst klein
- sie wirkt sich nahezu linear auf die Verzahnungsverluste aus
- begrenzend ist die Tragfähigkeit gegen Grübchen
- gegebenenfalls kann die durch kleine Profilüberdeckungen reduzierte Grübchentragfähigkeit durch größere Verzahnungsbreite und/oder Verzahnungsdurchmesser wieder zurückgewonnen werden, was jedoch mit vergrößertem Bauraum verbunden ist
- das Anregungsverhalten erhöht sich mit kleinerer Profilüberdeckung

6.2.6 Zahnbreite

- bei gleich bleibender Last pro Breite beeinflusst die Verzahnungsbreite b die Sicherheiten gegen Verzahnungsschäden und die Verzahnungsverluste nur geringfügig
- tendenziell sind bei gleich bleibender Last pro Breite die Wirkungsgrad-Sicherheits-Verhältnisse für kleine Verzahnungsbreiten günstiger, was jedoch wiederum Tragfähigkeitseinbußen oder Bauraumvergrößerung in radialer Richtung mit sich bringt
- wird ein vorhandenes Getriebe optimiert, so ist zu beachten, dass bei gleich bleibender Lasten Tragfähigkeit und Verzahnungsverluste variieren können

6.2.7 Oberflächenbeschaffenheit

- über das Reibungsverhalten starker Einfluss auf die Verluste einer Verzahnung
- das Tragfähigkeitsverhalten wird ebenfalls stark beeinflusst
- rechnerisch gilt: je glatter die Oberfläche der Verzahnung, desto
 - höher die Tragfähigkeiten und
 - desto niedriger die Reibungszahl
- Erfahrungen zeigen aber Grenzen dieses Zusammenhangs
- keine rechnerischen Auswirkungen auf die Schwingungsanregung

6.2.8 Übersetzungsverhältnis – diese Angaben sind widersprüchlich

- Das Übersetzungsverhältnis i (bzw. Zähnezahlverhältnis u) ist gewöhnlich von außen vorgegeben. Ist es wählbar, sollte es bei vorgegebenem Achsabstand möglichst nahe an 1:1 gewählt werden, für mehrstufige Getriebe ist die Übersetzungsaufteilung gleichmäßig zu wählen. (Ist umgekehrt die Zähnezahl eines Verzahnungspartners gegeben, ist hinsichtlich Verlustleistung ein möglichst großes Zähnezahlverhältnis günstig.)

6.2.9 Profilkorrekturen

- verbessern den Wirkungsgrad von Verzahnungen
- die rechnerische Zahnfuß- und Grübchentragfähigkeiten nach DIN 3990 [6] werden wenig beeinflusst
- die Fresstragfähigkeit nach DIN 3990 [6] kann im Einzelfall jedoch durch Profilkorrekturen stärker als es bei der fressunkritischen Referenzverzahnung der Fall ist verbessert werden
- beste Ergebnisse hinsichtlich Verlustgrad erzielen lange Kopfrücknahmen und Höhenballigkeiten
- bei Schrägverzahnungen wirken sich die Variationen nur unwesentlich auf das Anregungsverhalten aus
- bei Geradverzahnungen tragen sie jedoch zu deutlichen Verbesserungen bei
- je größer der Betrag der Profilkorrekturen, desto stärker wird der Verlustgrad einer Verzahnung reduziert
- für die Tragfähigkeiten ergeben sich daraus (rechnerisch) keine Nachteile

- für das Anregungsverhalten ergibt sich ein optimaler Betrag zwischen keiner und zu großer Korrektur. Das Optimum hängt vom jeweiligen Betriebspunkt, vor allem von der Last, ab.

6.3 Zusammenfassung

Grundsätzlich ist Wirkungsgradmaximierung zu erreichen durch kleinmodulige, breite Verzahnungen mit geringer Profilüberdeckung und großem Eingriffswinkel. Aus Anregungsgründen sind Schrägverzahnungen sinnvoll, es handelt sich dann jedoch nicht um heute z. B. im Kraftfahrzeugbau übliche, so genannte Schräg-Hochverzahnungen (Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha \geq 2$), sondern um Kurz-Weitverzahnungen (Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha \leq 1,2$; Sprungüberdeckung $\epsilon_\beta \geq 2$), da eine große Profilüberdeckung hohe Verluste erzeugt, die Sprungüberdeckung dagegen nur über den Schrägungswinkel bedingt die Verluste beeinflusst.

Für Profilkorrekturen kann allgemein festgehalten werden:

- Profilkorrekturen bringen eine Verlustreduzierung, vor allem bei größeren Profilüberdeckungen (Hochverzahnungen).
- (Lange) Kopfrücknahmen sind hinsichtlich Verlustgrad günstiger als Höhenballigkeiten.
- Der Einfluss der Umfangsgeschwindigkeit auf den Verlustgrad wird durch die Korrekturen zurückgenommen.
- Der Einfluss des Korrekturbetrags (bzw. der aufgebrachten Last) zeigt sich nur bei großen Profilüberdeckungen (Hochverzahnungen) deutlich, weil sich dort die Form der Lastverteilung über dem Eingriffsfeld nennenswert verändert. Weil die Lastverteilung im Einzeleingriffsgebiet unabhängig von Profilkorrekturen ist, ist dieser Einfluss bei kleinen Profilüberdeckungen nicht erkennbar.
- Die Ergebnisse der gerad- und schrägverzahnten Normalverzahnungen unterscheiden sich nicht wesentlich. Für eine Schräg-Hochverzahnung sind entsprechend ähnliche Ergebnisse wie für die Gerad-Hochverzahnung zu erwarten.
- Zu groß ausgeführte Profilkorrekturen haben nur bei kleinen Umfangsgeschwindigkeiten minimale, positive Einflüsse auf das Reibungsverhalten einer Verzahnung.

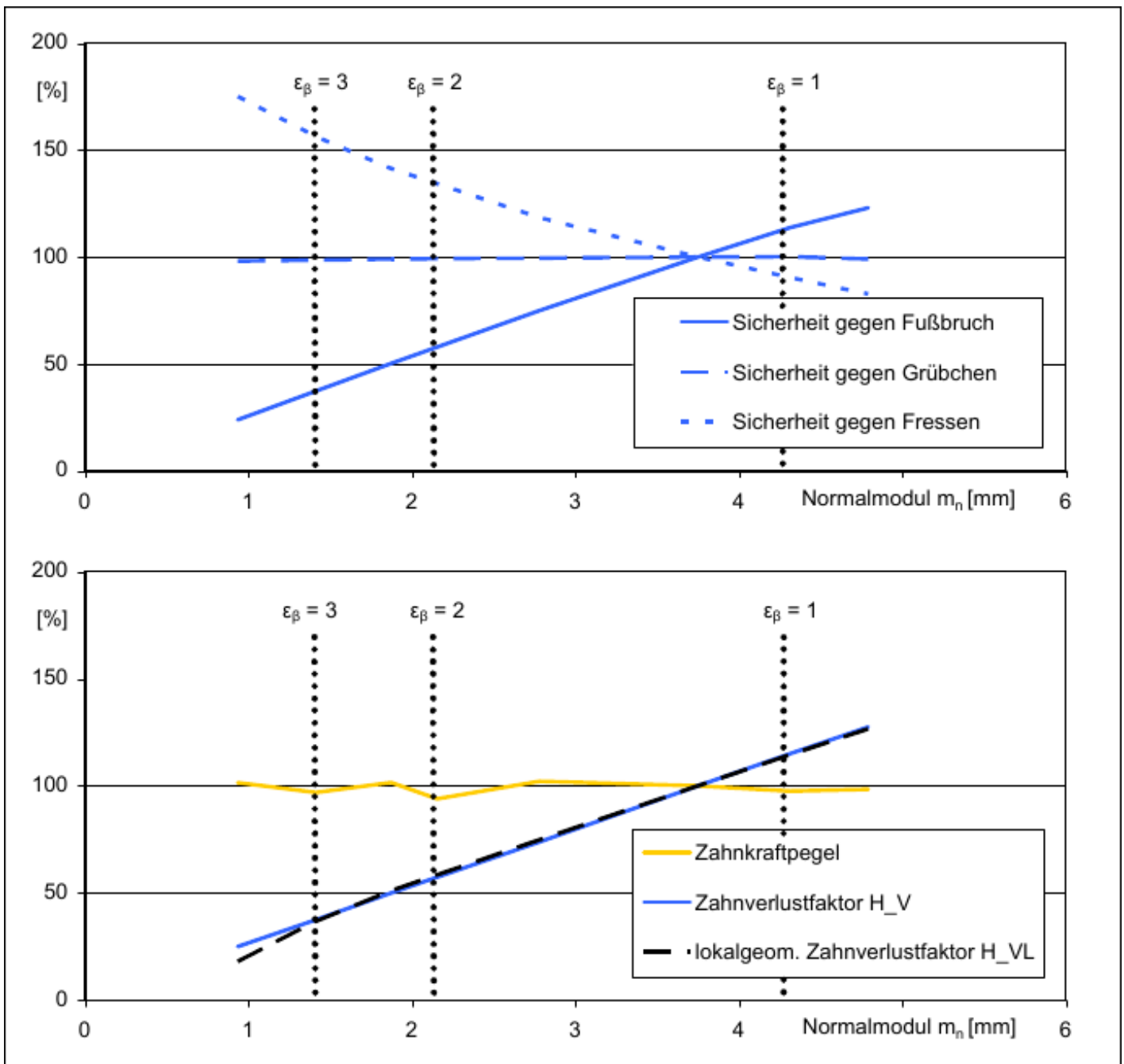
Aus den aufgeführten Punkten zur Profilkorrektur geht hervor, dass diese nur bei großen Profilüberdeckungen einen nennenswerten Effekt haben. Große Profilüberdeckungen sollten für einen guten Wirkungsgrad jedoch unbedingt vermieden werden.

6.4 Vorgehen bei der Auslegung

- Es ist einfacher, sich an die vorgegebenen Sicherheiten bezüglich Zahnfußbruch und Grübchen von der sicheren Seite her anzunähern. Zunächst sollte also der Bauraum durch maximal möglichen Achsabstand und maximal mögliche Verzahnungsbreite ausgenutzt werden. So ist die Mindestflanken- und -fußtragfähigkeit sicherzustellen.
- Um für spätere Anpassungen noch Reserven vorzusehen, sollte im ersten Schritt der Normaleingriffswinkel im normalen Bereich bei $\alpha_{wt} = 20^\circ$ oder etwas darüber angesetzt werden. Der Schrägungswinkel β_b ist hoch, aber nicht grenzwertig anzusetzen.
- Die Flankentragfähigkeit ist vor allem durch die Profilüberdeckung zu beeinflussen. Durch Verkleinern der Kopfkreise kann sie schrittweise reduziert werden, solange die Mindestsicherheit aufrechterhalten bleibt. Ist das Anregungsverhalten der Verzahnung von Bedeutung, ist eine Profilüberdeckung knapp über ganzzahlig sinnvoll, also $\epsilon_\alpha \approx 1,2$ $\epsilon_\alpha \approx 1,05 \dots 1,1$. Ist das Anregungsverhalten unerheblich, kann die Profilüberdeckung bei Schrägverzahnungen aus Wirkungsgradgründen deutlich unter $\epsilon_\alpha = 1$ gesenkt werden.
- Die Fußtragfähigkeit kann schrittweise bis an die vorgegebene Grenze verkleinert werden, indem die Zähnezahl erhöht bzw. der Modul reduziert wird. Die Kopfkreisdurchmesser müssen dabei so angepasst werden, dass sich bei der Profilüberdeckung bzw. den Kopfüberdeckungen keine wesentlichen Veränderungen ergeben.
- Schließlich ist der Schrägungswinkel anzupassen, vor allem wenn das Anregungsverhalten der Verzahnung eine Rolle spielt. Die Sprungüberdeckung sollte dann möglichst ganzzahlig gewählt werden. Dabei sollte der Stirnschnitt gleich belassen werden, d. h. bei einer Schrägungswinkeländerung sollte der Normalmodul m_n und der Normaleingriffswinkel α_n ebenfalls abgeändert werden, so dass der Stirnmodul m_t und der Betriebseingriffswinkel α_{wt} gleich bleiben. Ist der Schrägungswinkel zu vergrößern, sinkt bei gleich bleibendem Stirnmodul die Fußtragfähigkeit. Das kann gegebenenfalls durch Erhöhen des Eingriffswinkels kompensiert werden.

6.5 Berechnungen und Versuchsergebnisse

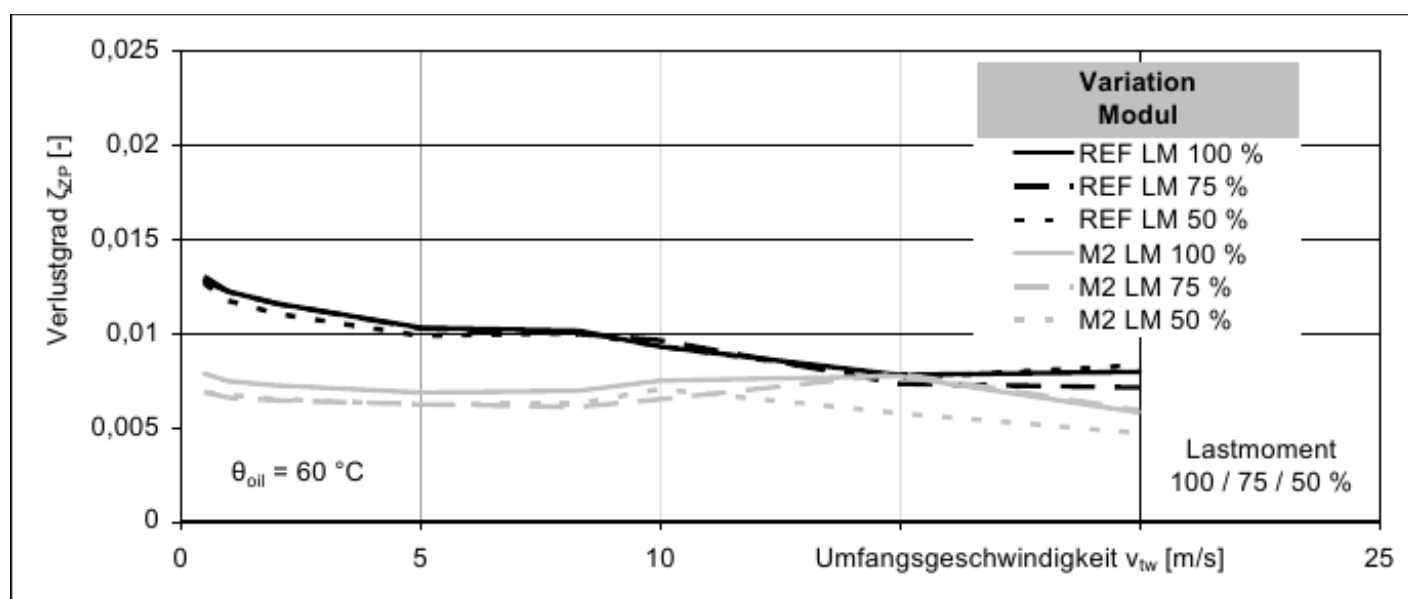
6.5.1 Modul



Berechneter Einfluss des Moduls auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

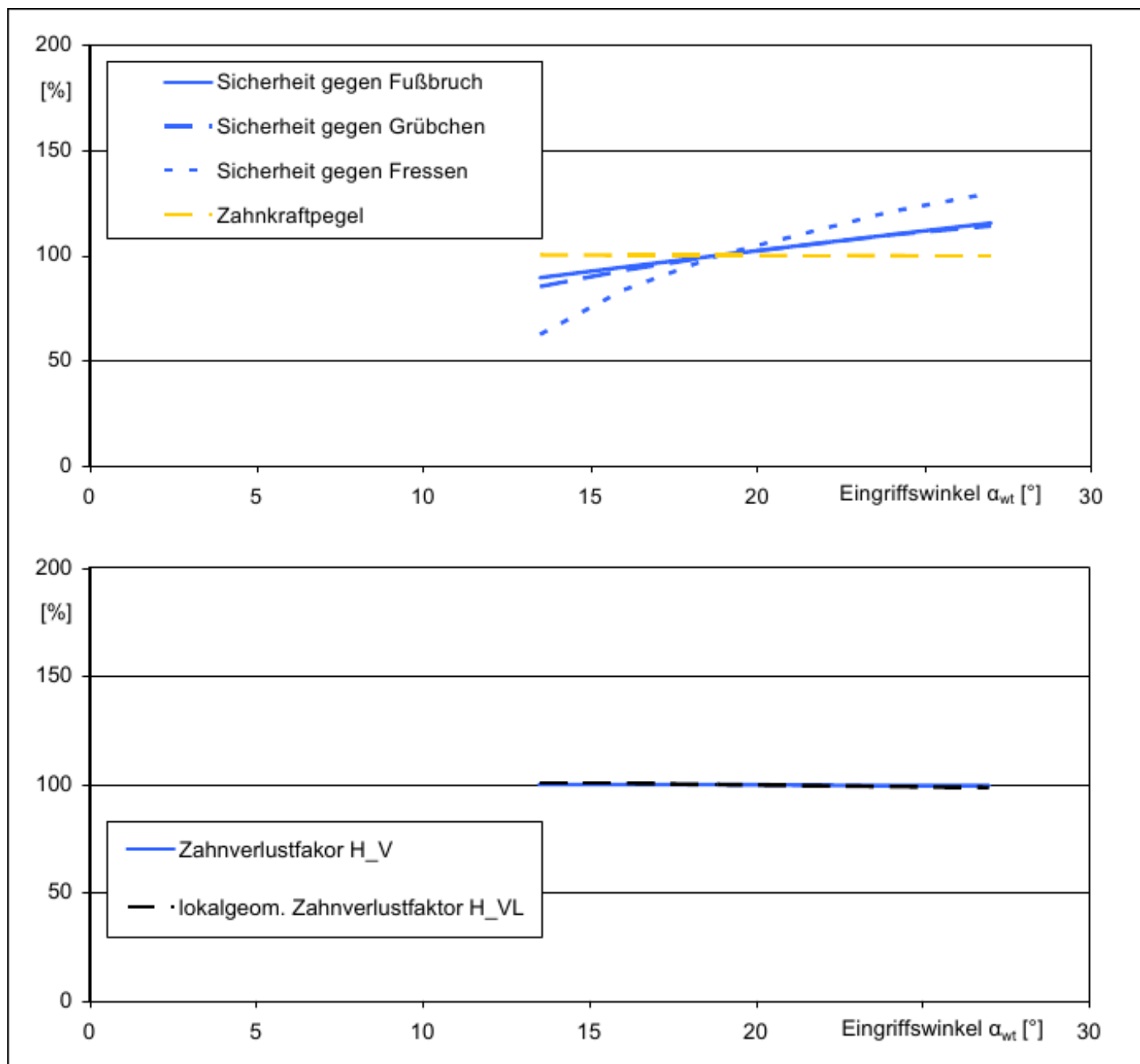
Variantenbezeichnung	M2	REF
Normalmodul m_n [mm]	2	4
Volllast T_{A100} [Nm]	250	250
hertzsche Pressung im Wälzpunkt p_c [MPa]	1191	1191
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,0792	0,1586
lokal-geometrischer Zahnverlustfaktor H_{VL} [-]	0,0787	0,1605

Verzahnungsvarianten zur Modulgröße.



Versuchsergebnisse zur Variation des Moduls.

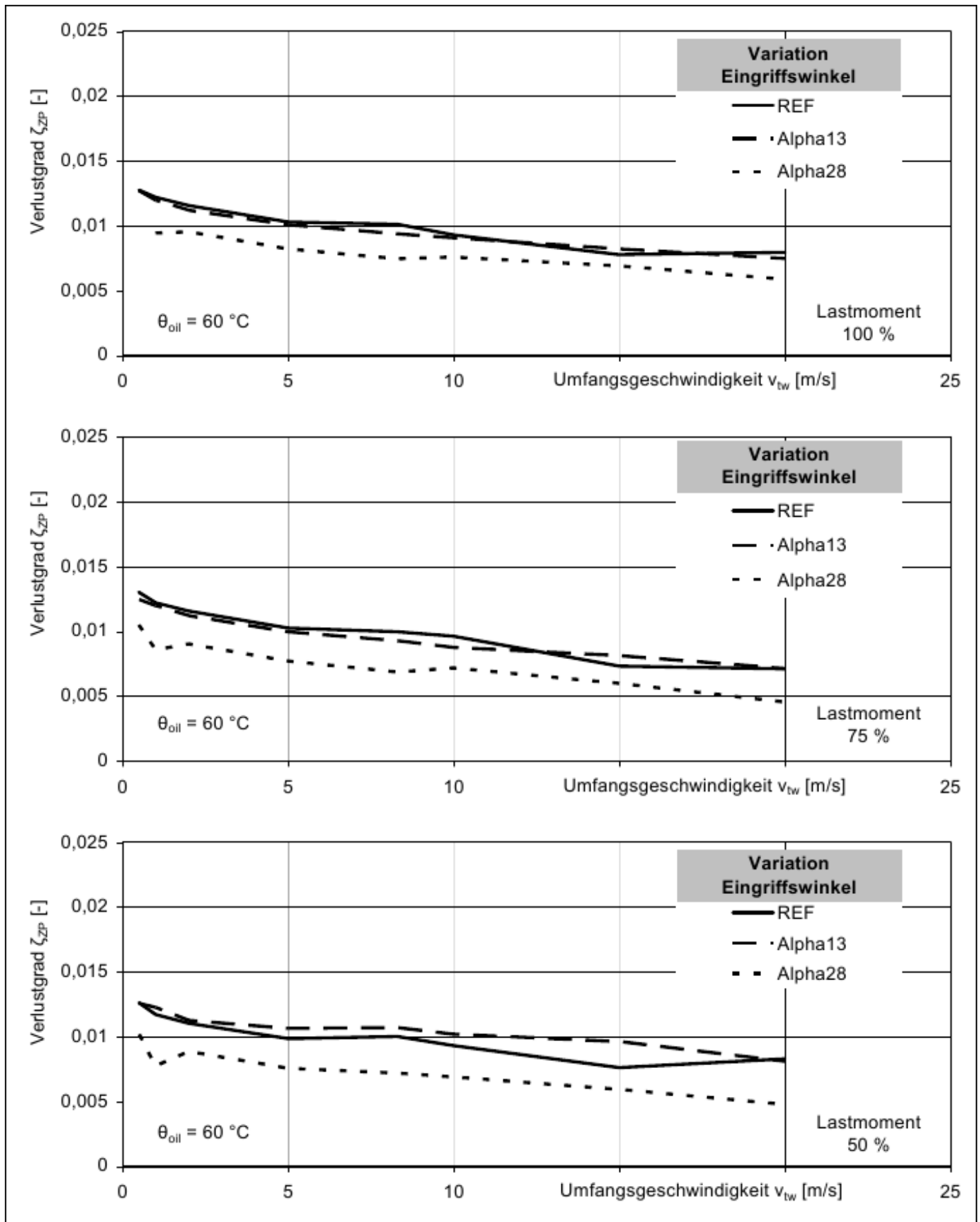
6.5.2 Eingriffswinkel



Berechneter Einfluss des Betriebseingriffswinkels auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

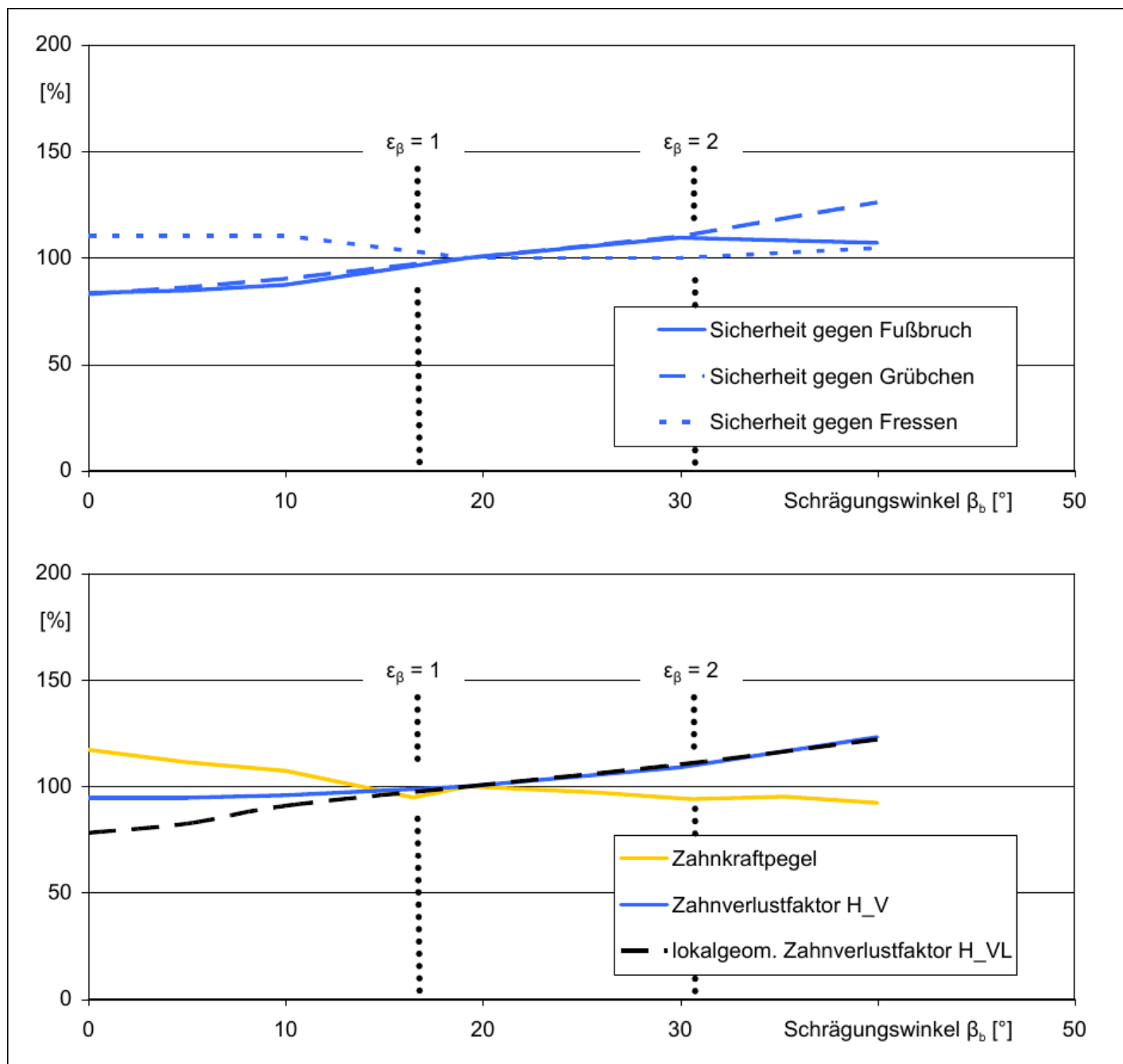
Variantenbezeichnung	Alpha13	REF	Alpha28
Betriebseingriffswink. α_{wt} [°]	12,68	19,12	28,43
Volllast T_{A100} [Nm]	250	250	250
hertzsche Pressung im Wälzpunkt p_C [MPa]	1431	1191	1024
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,1583	0,1586	0,1584
lokal-geometrischer Zahnverlustfaktor H_{VL} [-]	0,1571	0,1605	0,1601

Verzahnungsvarianten zum Betriebseingriffswinkel.

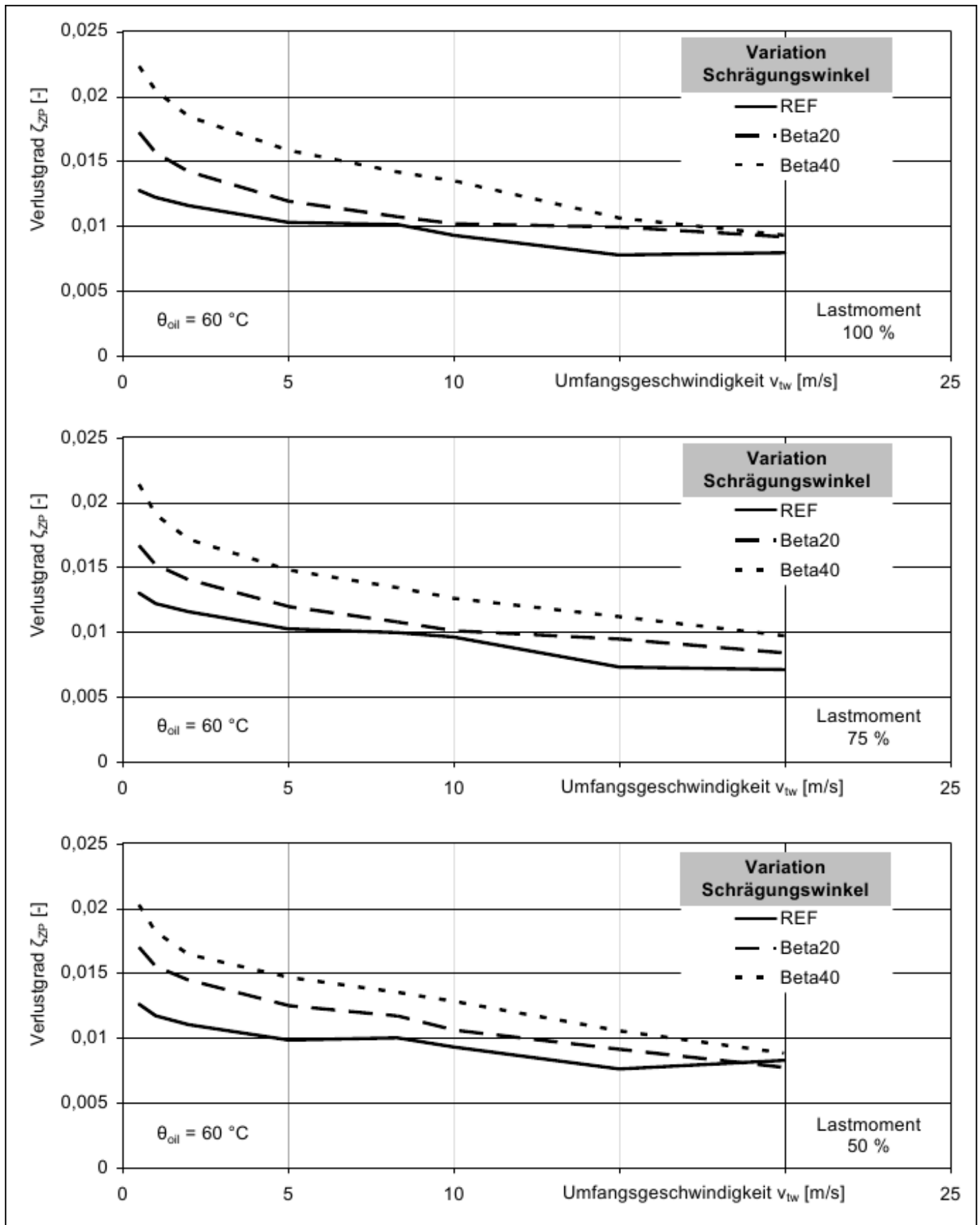


Versuchsergebnisse zur Variation des Eingriffswinkels.

6.5.3 Schrägungswinkel

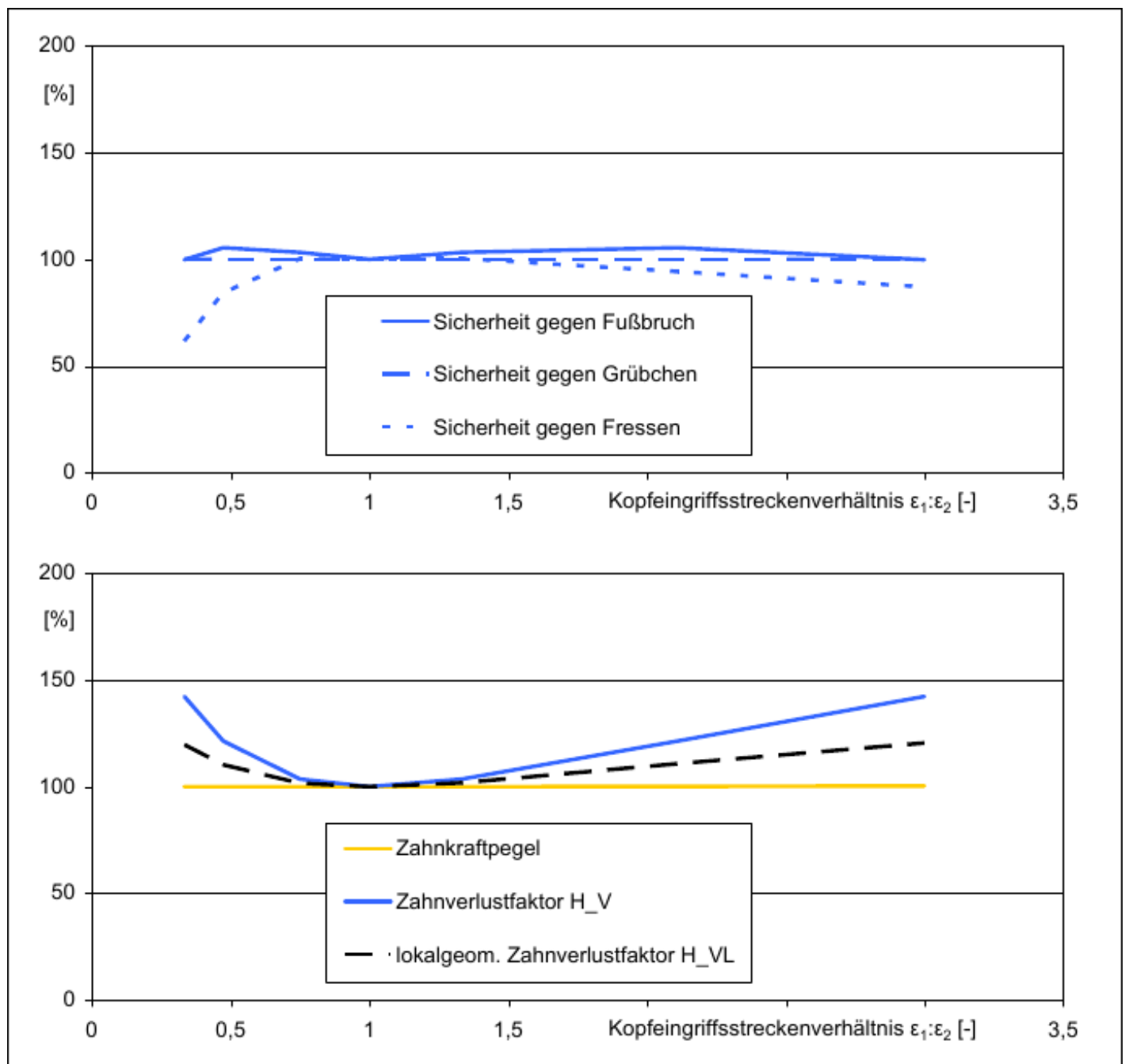


Berechneter Einfluss des Schrägungswinkels auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.



Versuchsergebnisse zur Variation des Schrägungswinkels.

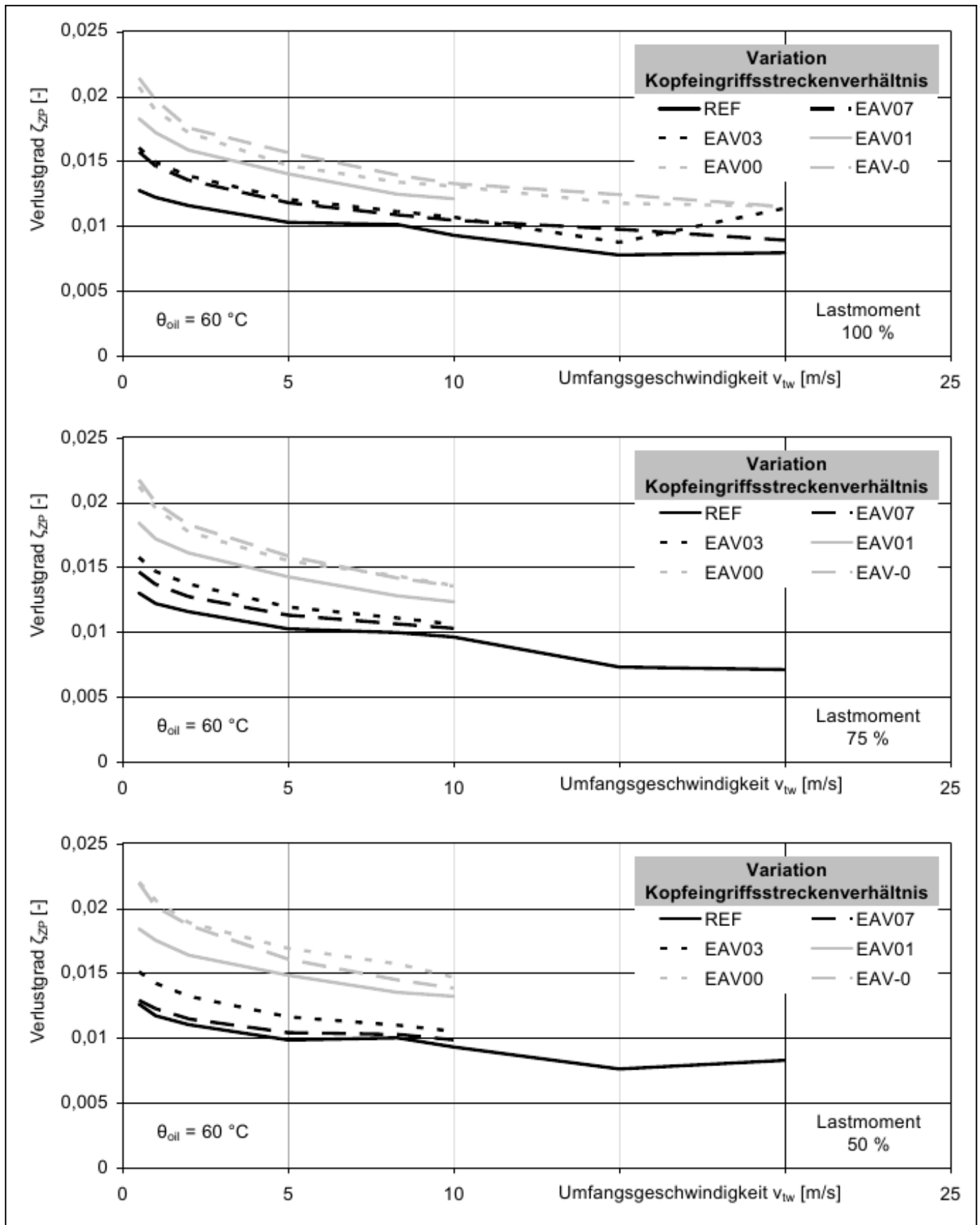
6.5.4 Kopfeingriffsstrecken



Berechneter Einfluss des Kopfeingriffsstreckenverhältnisses auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

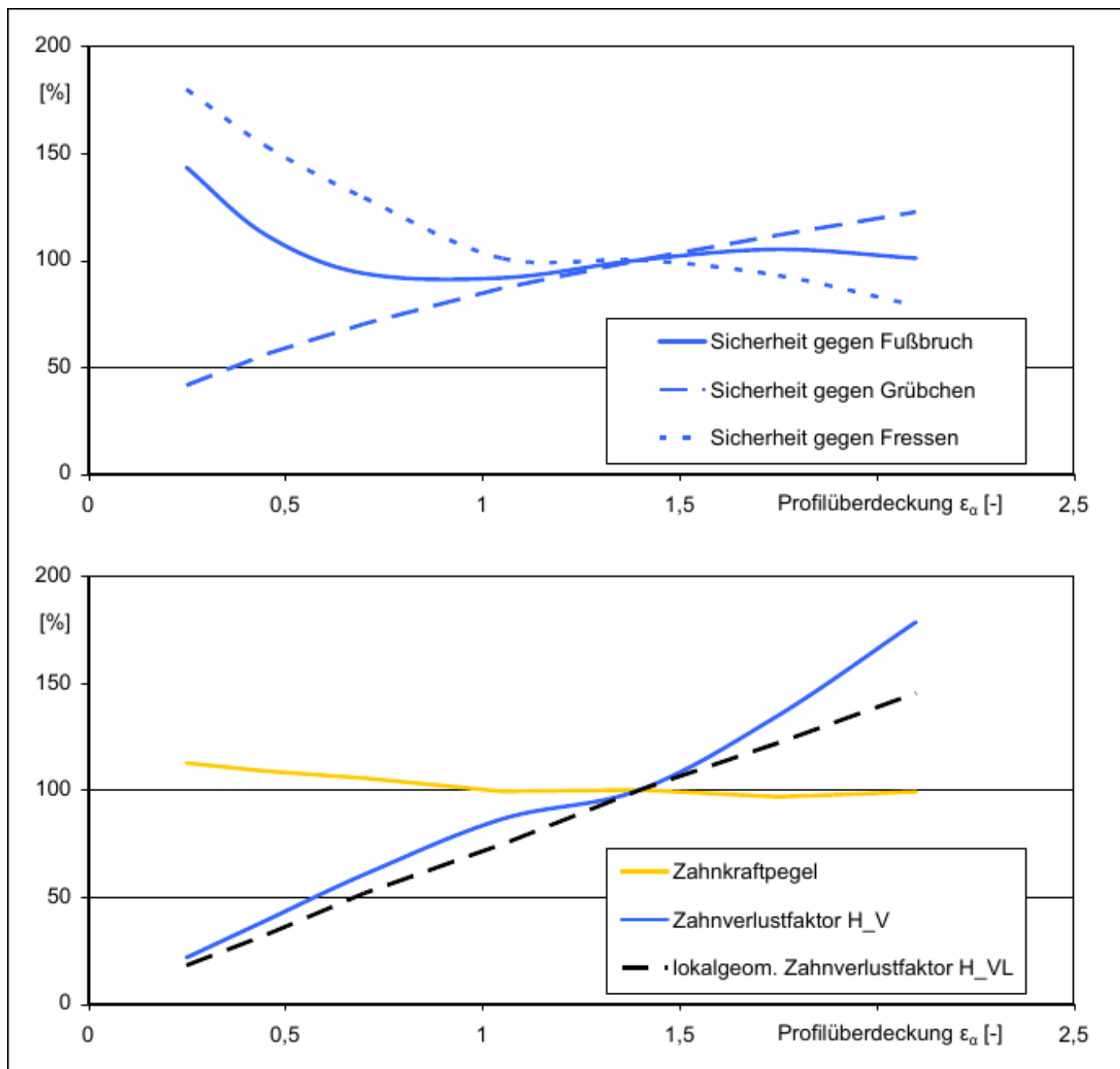
Variantenbezeichnung	REF	EAV07	EAV03	EAV01	EAV00	EAV-0
Kopfeingriffsstreckenverhältnis $\varepsilon_1:\varepsilon_2$ [-]	1	0,67	0,33	0,14	0	-0,03
Volllast T_{A100} [Nm]	250	250	250	250	250	250
hertzische Pressung im Wälzpunkt p_C [MPa]	1191	1191	1191	1191	1191	1191
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,1586	0,2247	0,2295	0,2520	0,2868	0,2950
lokal-geometrischer Zahnverlustfaktor H_{VL} [-]	0,1605	0,2190	0,2169	0,2495	0,2871	0,2984

Verzahnungsvarianten zum Kopfeingriffsstreckenverhältnis.



Versuchsergebnisse zur Variation des Kopfeingriffsstreckenverhältnisses.

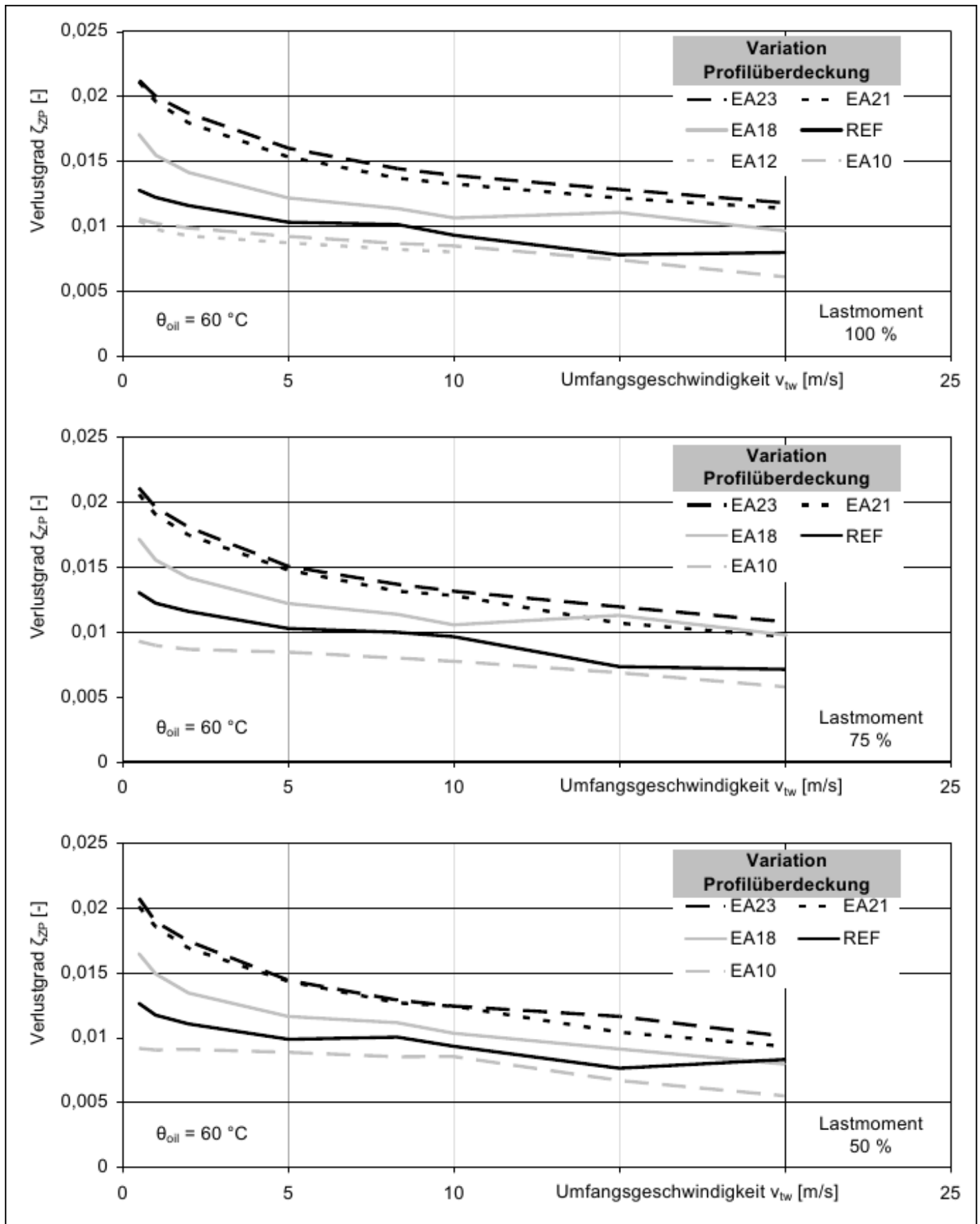
6.5.5 Profilüberdeckung



Berechneter Einfluss der Profilüberdeckung auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

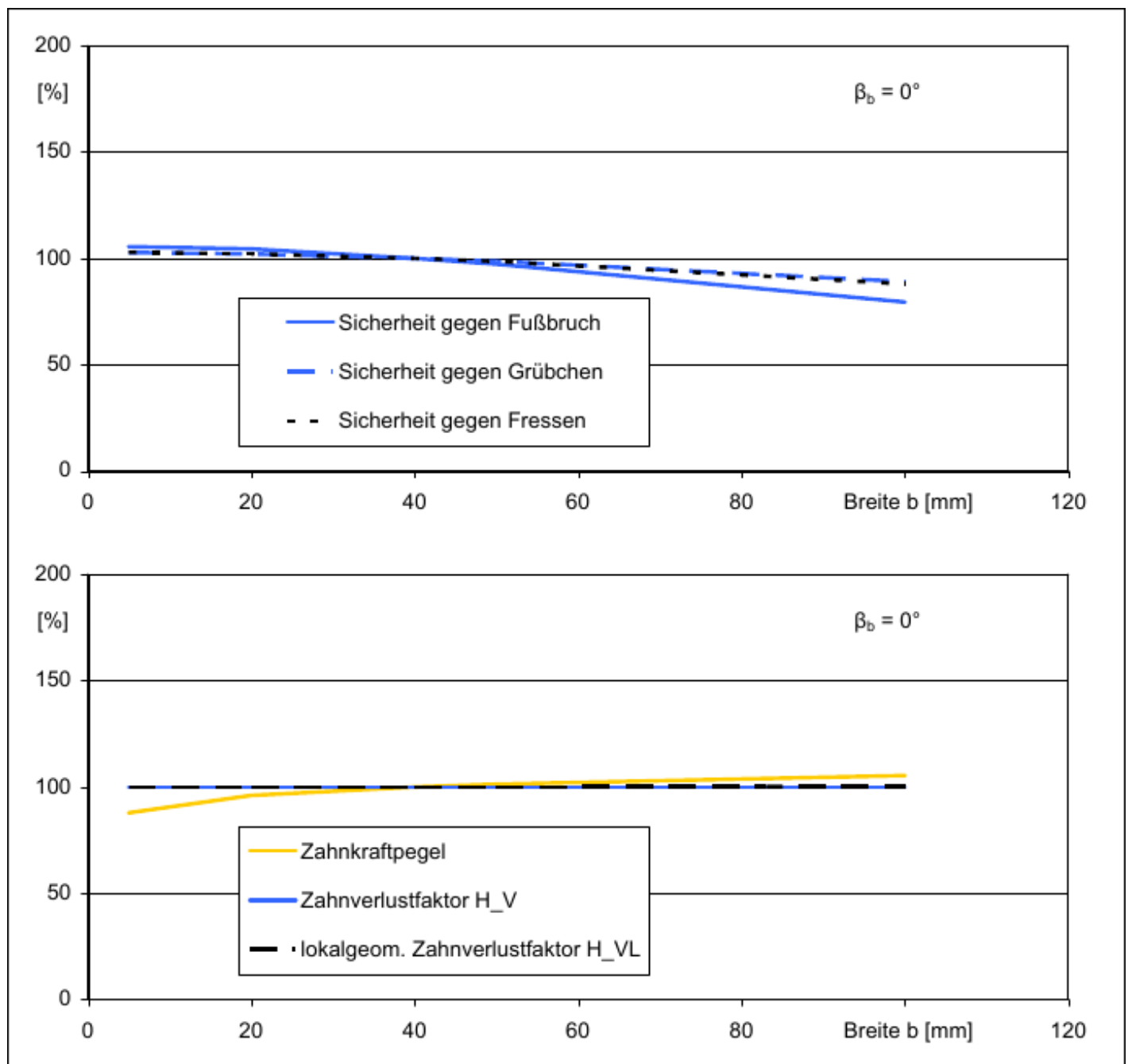
Variantenbezeichnung	EA10	EA12	REF	EA18	EA21	EA23
Profilüberdeckung ϵ_α [-]	1,05	1,25	1,4	1,75	2,1	2,27
Volllast T_{A100} [Nm]	250	250	250	250	250	250
hertzsche Pressung im Wälzpunkt p_C [MPa]	1191	1191	1191	1191	688	688
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,1369	0,1451	0,1586	0,2134	0,2827	0,3010
lokal-geometrischer Zahnverlustfaktor H_{VL} [-]	0,1372	0,1459	0,1605	0,2079	0,2626	0,2810

Verzahnungsvarianten zur Profilüberdeckung.



Versuchsergebnisse zur Variation der Profilüberdeckung.

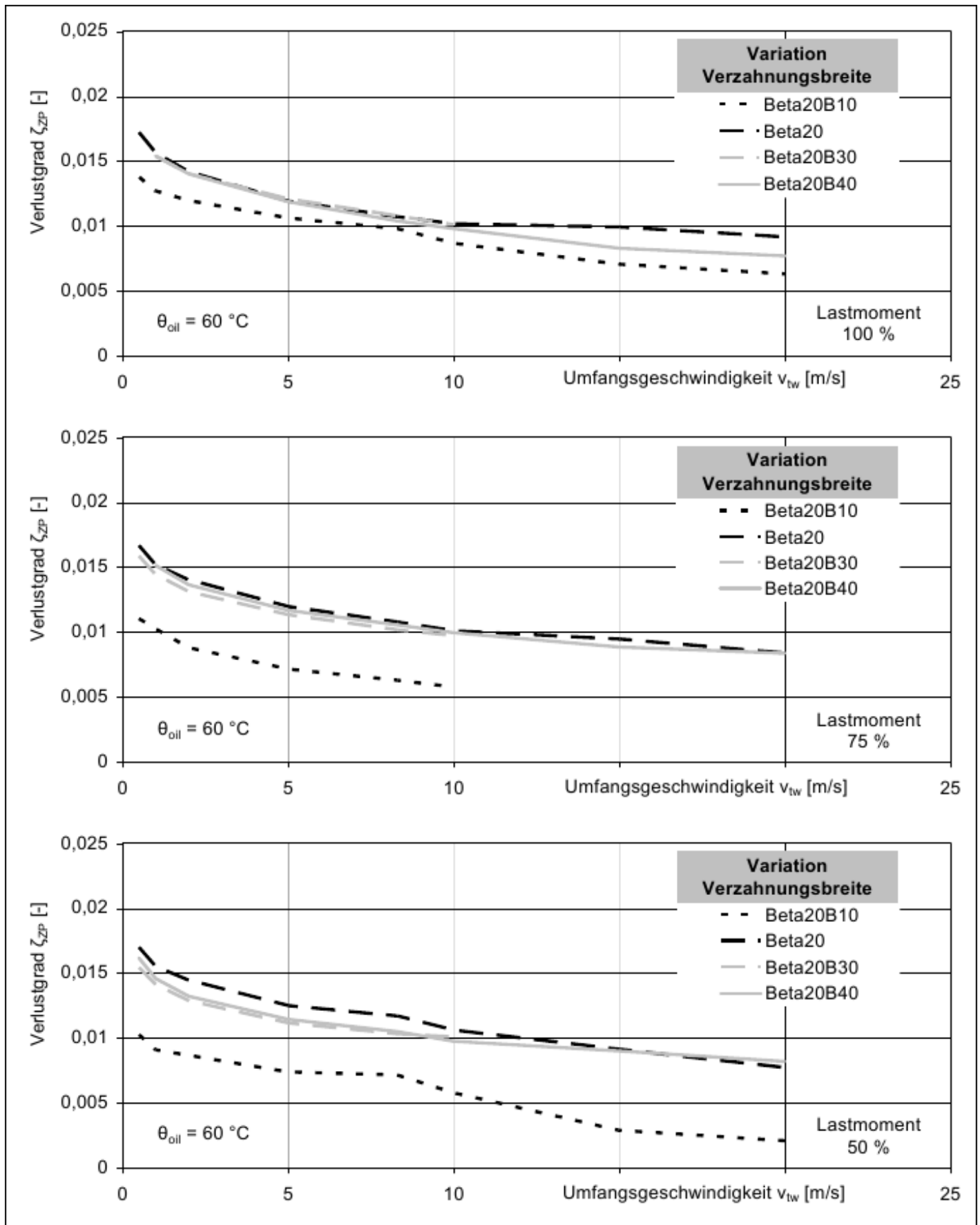
6.5.6 Zahnbreite



Berechneter Einfluss der Verzahnungsbreite auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

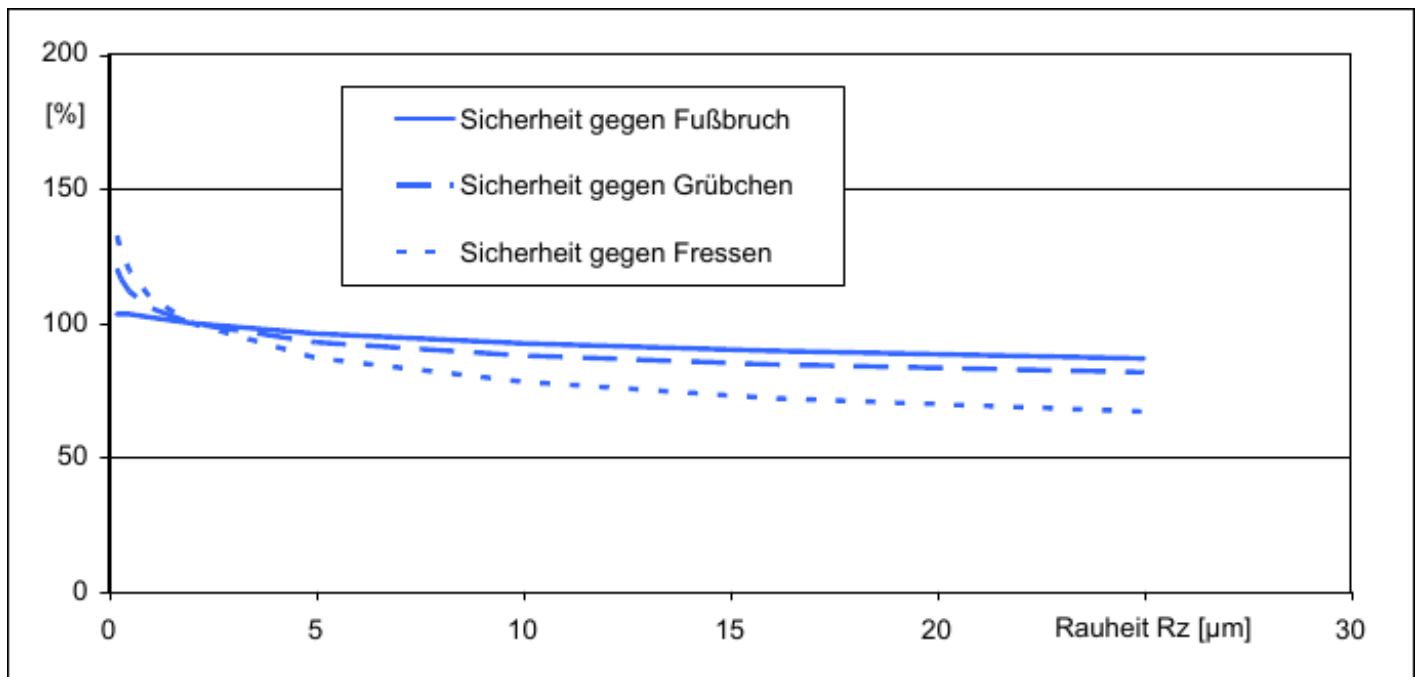
Variantenbezeichnung	Beta20B10	Beta20	Beta20B30	Beta20B40
Verzahnungsbreite b [mm]	10	20	30	40
Vollast T_{A100} [Nm]	125	250	375	500
hertzsche Pressung im Wälzpunkt p_C [MPa]	1157	1157	1157	1157
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,1679	0,1679	0,1679	0,1679
lokal-geometrischer Zahnverlustfaktor H_{VL} [-]	0,1857	0,2047	0,2122	0,2132

Verzahnungsvarianten zur Verzahnungsbreite.



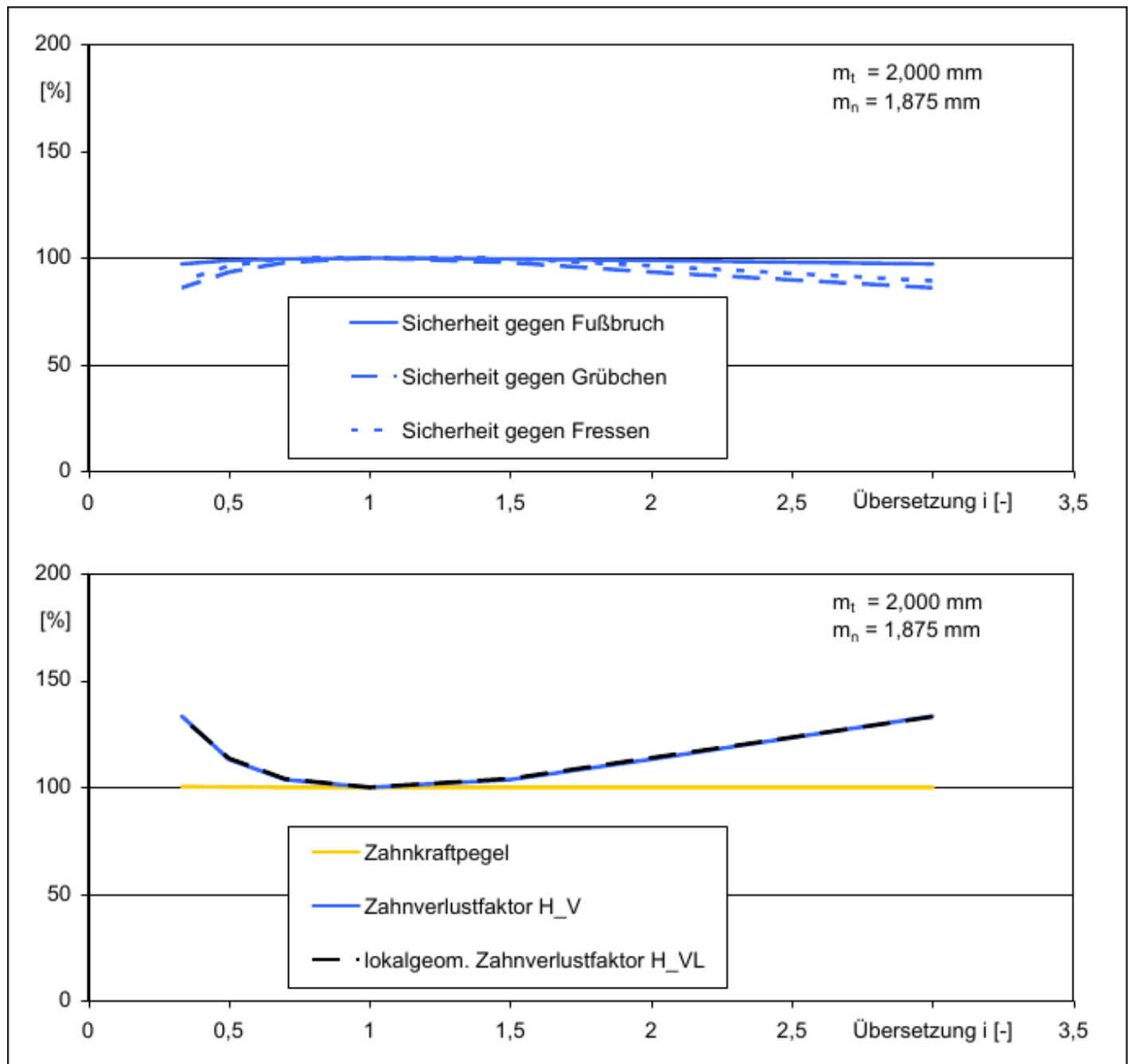
Versuchsergebnisse zur Variation der Verzahnungsbreite.

6.5.7 Oberflächenrauheit



Berechneter Einfluss der Oberflächenrauheit auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

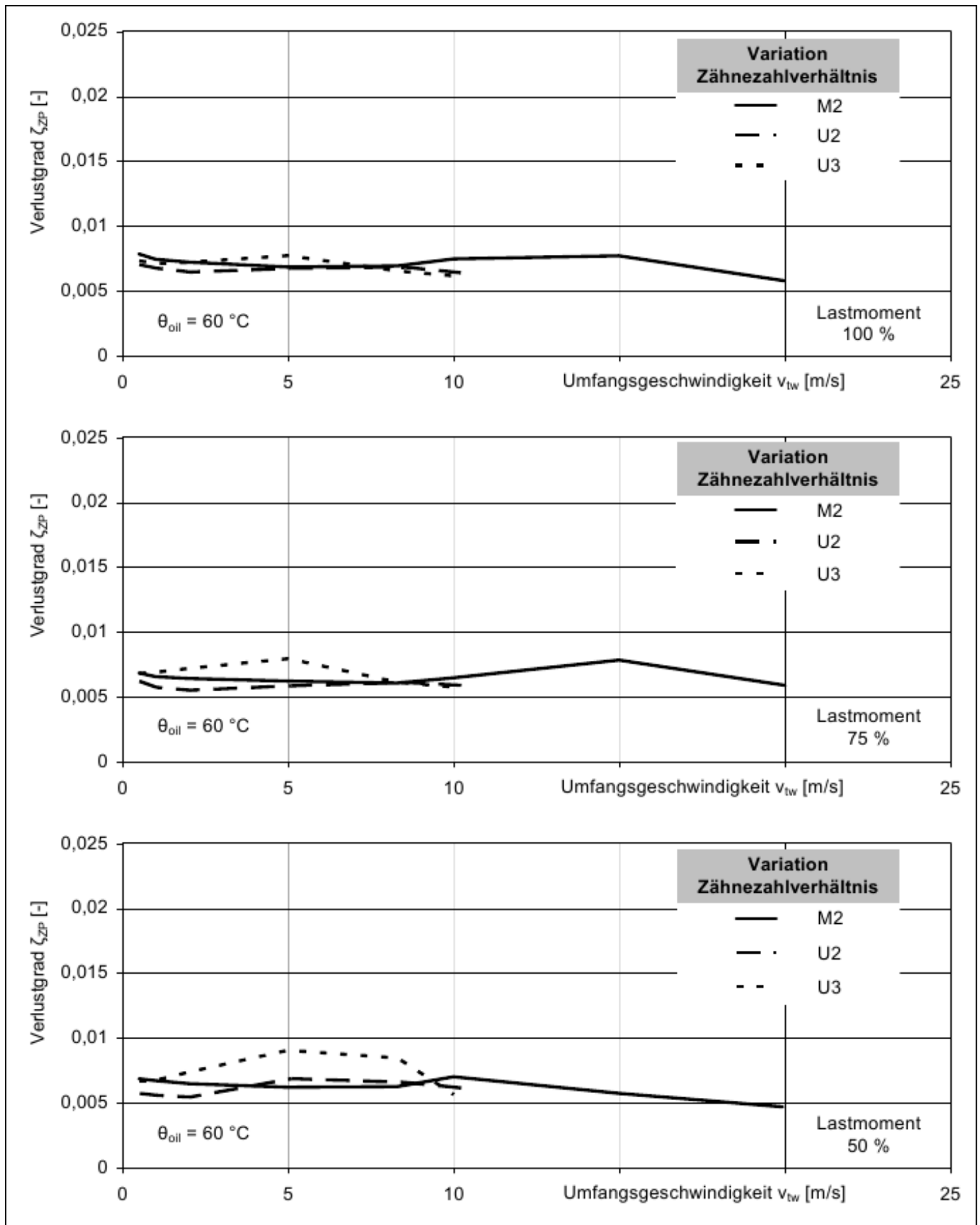
6.5.8 Übersetzungsverhältnis



Berechneter Einfluss des Übersetzungsverhältnisses auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

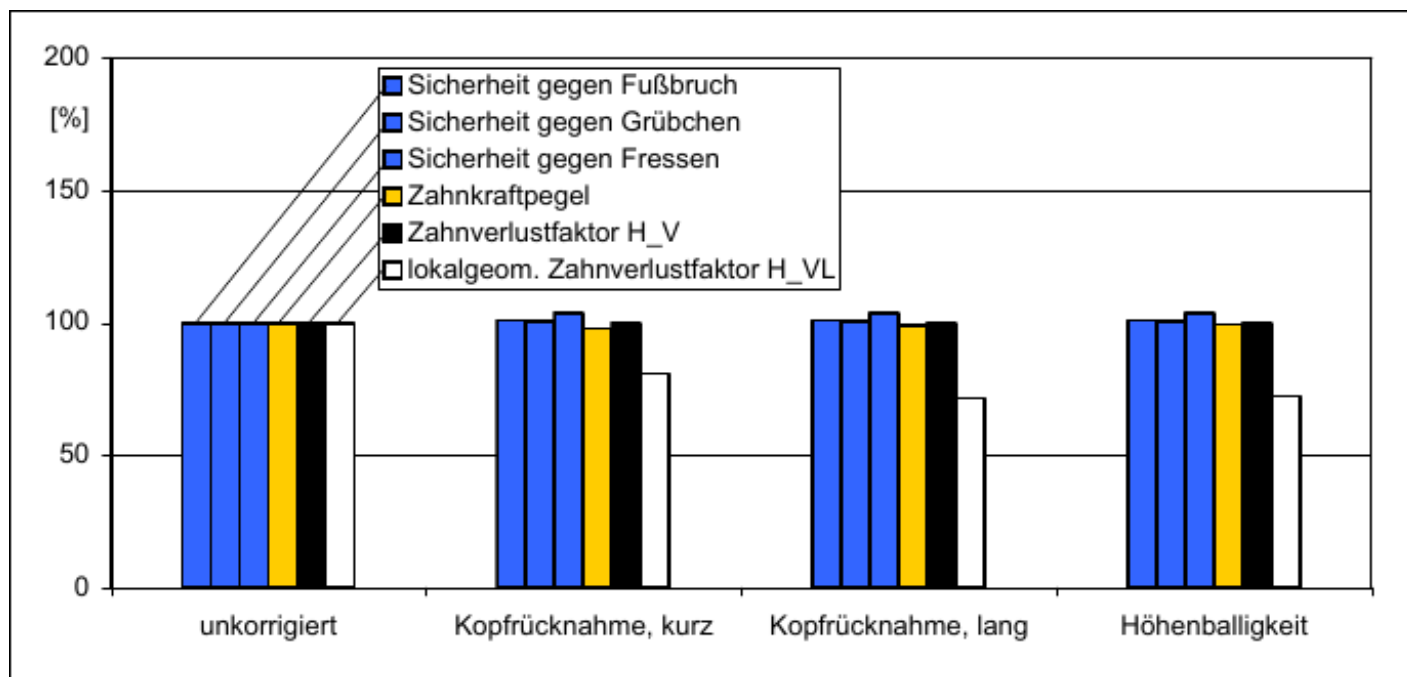
Variantenbezeichnung	M2	U2	U3
Zähnezahlverhältnis $z_2:z_1$ [-]	46:46	62:30	69:23
Volllast $T_{A1,100}; T_{A2,100}$ [Nm]	250; 250	143; 296	94; 282
hertzische Pressung im Wälzpunkt p_C [MPa]	1191	1189	1192
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,0792	0,0912	0,1056
lokal-geometrischer Zahnverlustfaktor H_{VL} [-]	0,0787	0,0916	0,1073

Verzahnungsvarianten zum Zähnezahlverhältnis.



Versuchsergebnisse zur Variation des Zähnezahlverhältnisses.

6.5.9 Profilkorrekturen



Berechneter Einfluss von Profilkorrekturen auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.

Variantenbezeichnung	REF	REF-kz	REF-lg	REF-hb
Art der Profilkorrektur [-]	-	Kopfrückn., kurz	Kopfrückn., lang	Höhen- balligkeit
Volllast T_{A100} [Nm]	250	250	250	250
hertzische Pressung im Wälz- punkt p_C [MPa]	1191	1191	1191	1191
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,1586	0,1586	0,1586	0,1586
lokal-geometrischer Zahnver- lustfaktor H_{VL} [-]	0,1605	0,1394	0,1391	0,1385

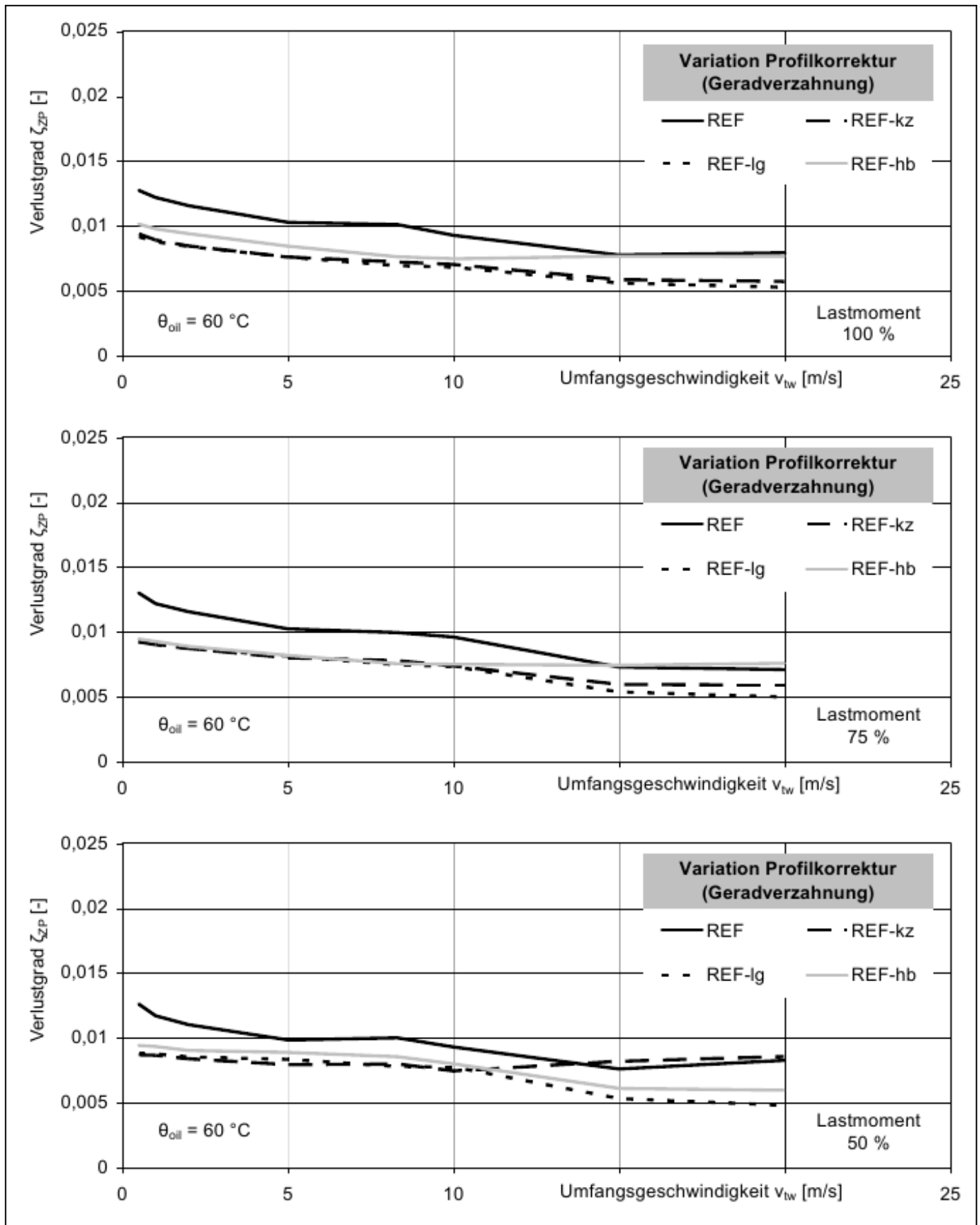
Verzahnungsvarianten zu Profilkorrekturen an einer Gerad-Normalverzahnung.

Variantenbezeichnung	EA21	EA21-kr	EA21-hb
Art der Profilkorrektur [-]	-	Kopfrücknahme, über 30 %	Höhenballigkeit
Volllast T_{A100} [Nm]	250	250	250
hertzische Pressung im Wälz- punkt p_C [MPa]	688	688	688
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,2827	0,2827	0,2827
lokal-geometrischer Zahnver- lustfaktor H_{VL} [-]	0,2626	0,1598	0,1560

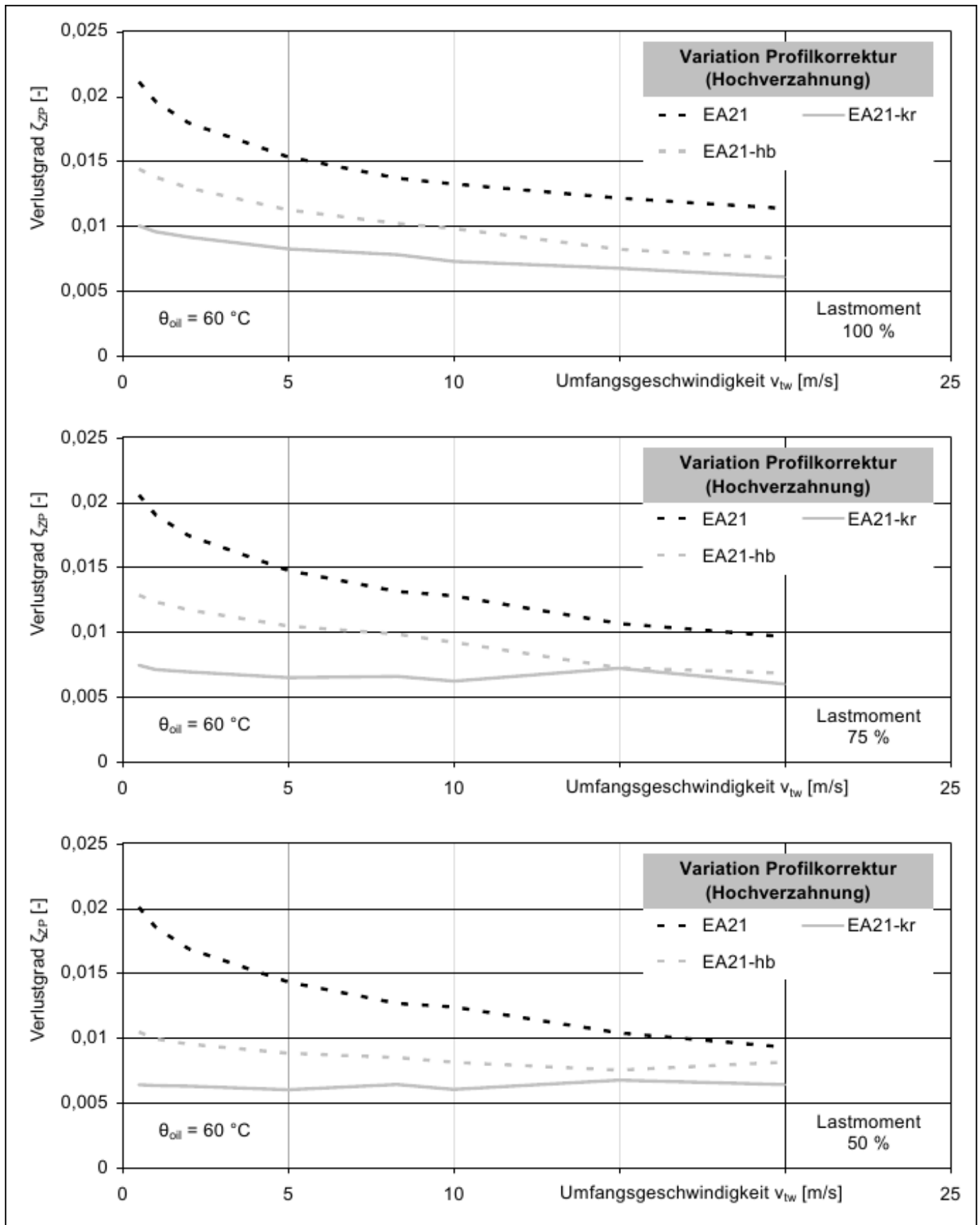
Verzahnungsvarianten zu Profilkorrekturen an einer Gerad-Hochverzahnung.

Variantenbezeichnung	Beta20B40	Beta20B40- lg	Beta20B40- hb	Beta20B40- tp
Art der Profilkorrektur [-]	-	Kopfrückn., lang	Höhen- balligkeit	topologisch
Volllast T_{A100} [Nm]	500	500	500	500
hertzsche Pressung im Wälz- punkt p_C [MPa]	1191	1191	1191	1191
Zahnverlustfaktor H_V [-]	0,1679	0,1679	0,1679	0,1679
lokal-geometrischer Zahnver- lustfaktor H_{VL} [-]	0,2047	0,1122	0,1177	0,1333

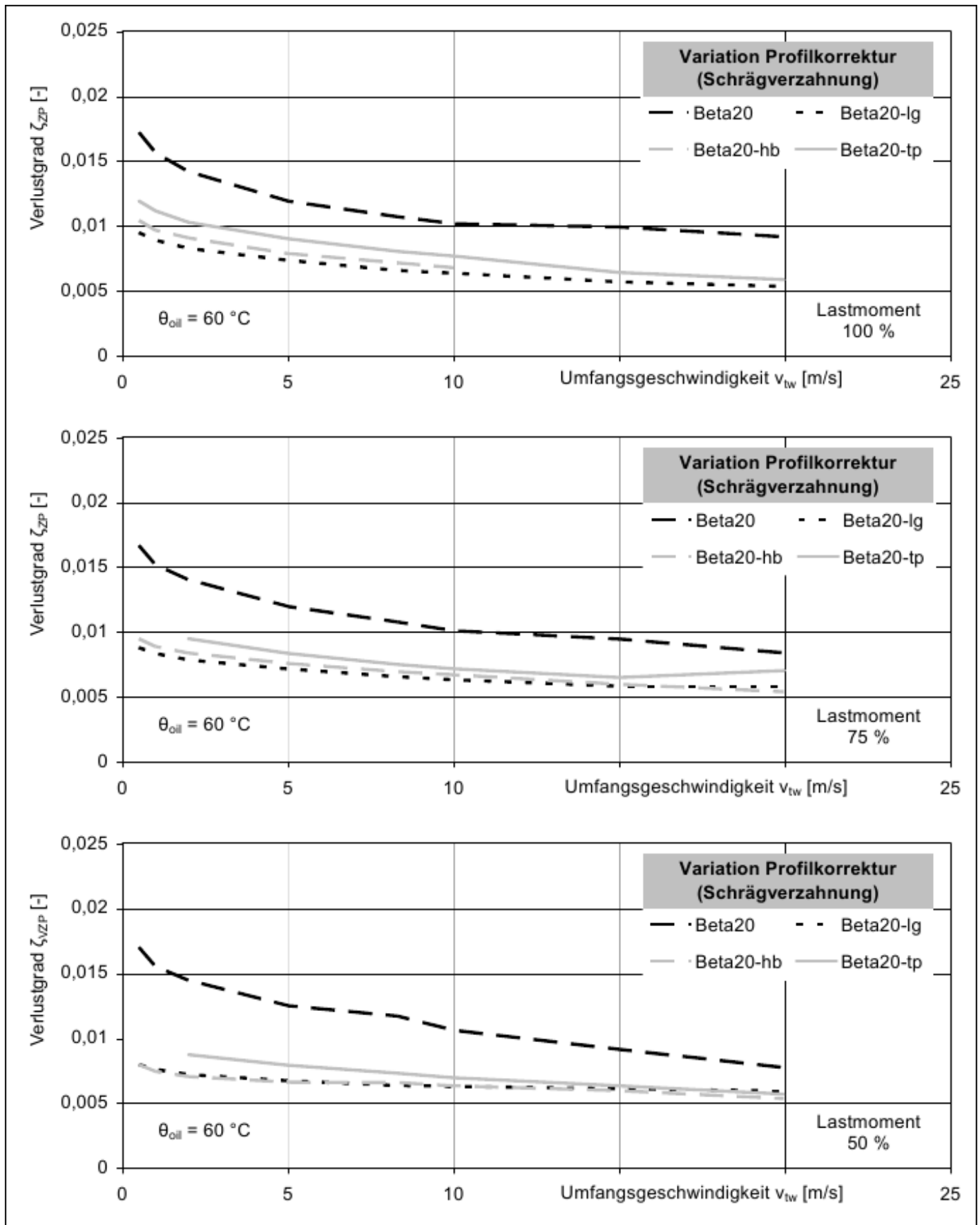
Verzahnungsvarianten zu Profilkorrekturen an einer Schräg-Normalverzahnung.



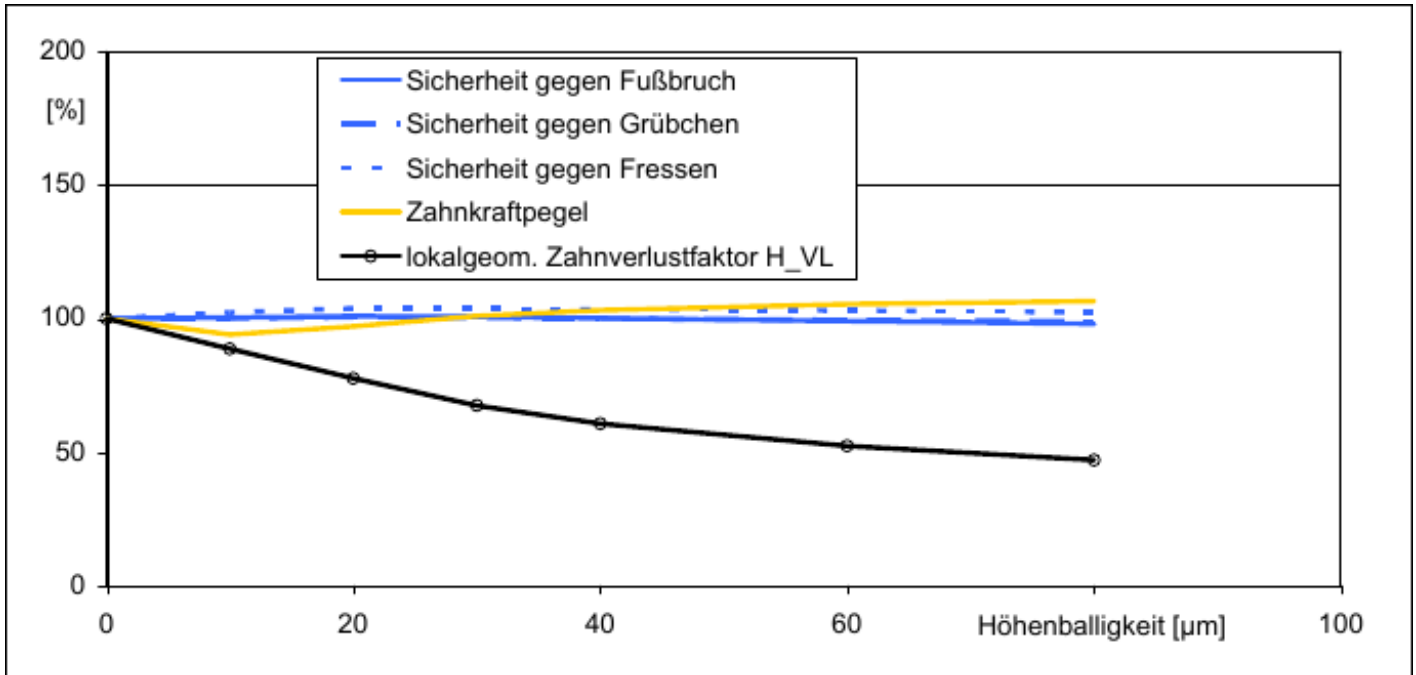
Versuchsergebnisse zu Profilkorrekturen an der Gerad-Normalverzahnung.



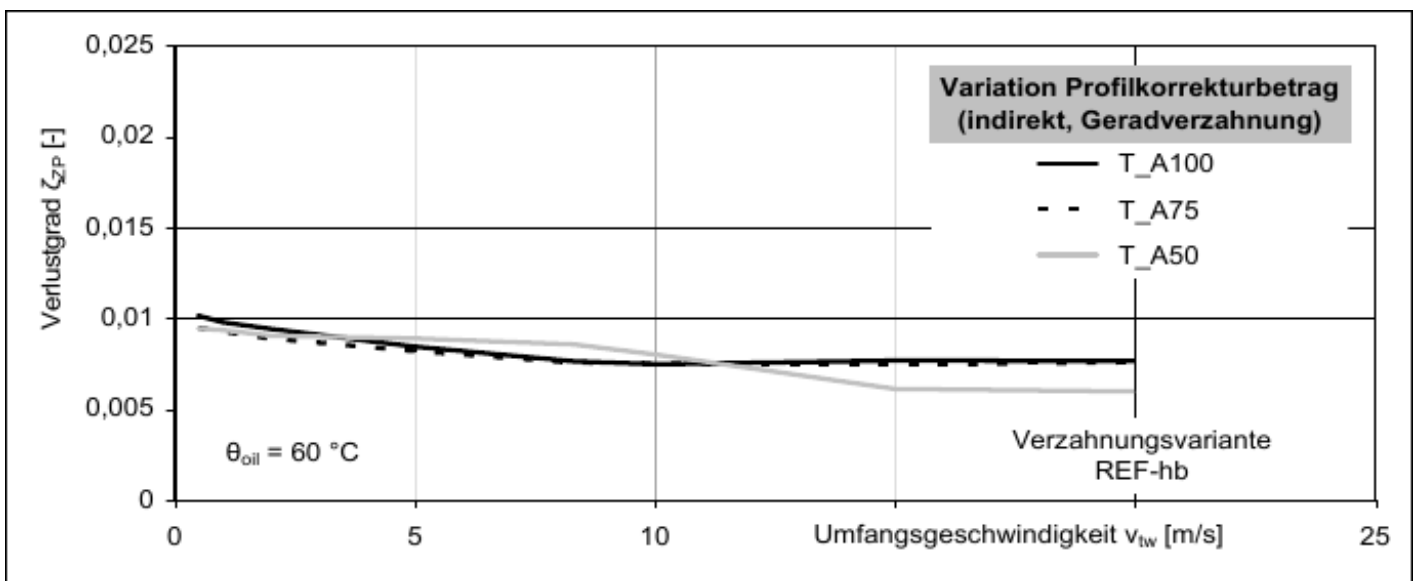
Versuchsergebnisse zu Profilkorrekturen an der Gerad-Hochverzahnung.



Versuchsergebnisse zu Profilkorrekturen an der Schräg-Normalverzahnung.



Berechneter Einfluss des Profilkorrekturbetrages auf Tragfähigkeiten, Anregung und Verlustverhalten.



Versuchsergebnisse zur indirekten Variation des Korrekturbetrages durch Lastvariation.

6.6 Micro modification or makr modification?

6.7 Optimizing efficiency

6.7.1 Method 1: geometric similarity

Given is a existing gear set, all values of it is merked with the index „0“.

6.7.1.1 Length of the given gear set:

$$l_{0Ba} = \frac{d_{0a1} + d_{0a2}}{2} + a_0$$

6.7.1.2 Geometric similarity depending of tip diameter:

$$j_{0a} = \frac{d_{0a2}}{d_{0a1}}$$

6.7.1.3 Increasing of center distance:

$$\delta_a$$

6.7.1.4 Calculation of a:

$$a = a_0 + \delta_a$$

6.7.1.5 Simplification profile shifting:

$$\Sigma x = x_1 + x_2 = 0$$

$$a = a_d$$

6.7.1.6 New normal module:

$$m_n = \frac{2 a_d \cos \beta}{z_1 + z_2}$$

6.7.1.7 Pitch diameter:

$$d = \frac{z m_n}{\cos \beta}$$

6.7.1.8 Tip diameters:

$$d_{a1} = \frac{2 (l_{0Ba} - a)}{1 + j_{0a}}$$

$$d_{a2} = d_{a1} j_{0a}$$

6.7.1.9 Tip form diameters:

$$d_{Fa1} = d_{a1} - 2 h_{K1}$$

$$d_{Fa2} = d_{a2} - 2 h_{K2}$$

6.7.1.10 Root diameters:

$$d_{f1} = 2 (a - c_{02}) - d_{a2}$$

$$d_{f2} = 2 (a - c_{01}) - d_{a1}$$

6.7.1.11 Base diameters:

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t$$

6.7.1.12 Pressure angle at working diameter:

$$\cos \alpha_{wt} = \frac{a_d \cos \alpha_t}{a}$$

6.7.1.13 Partial contact transverse ratios:

$$\varepsilon_1 = \frac{z_1}{2 \pi} \left[\sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \tan \alpha_{wt} \right]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{z_2}{2 \pi} \left[\sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \tan \alpha_{wt} \right]$$

6.7.1.14 Transverse contact ratio:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

6.7.1.15 Gear ratio:

$$u = \frac{z_2}{z_1}$$

6.7.1.16 Mean tooth friction coefficient:

$$\mu_m = 0,05 \dots 0,1$$

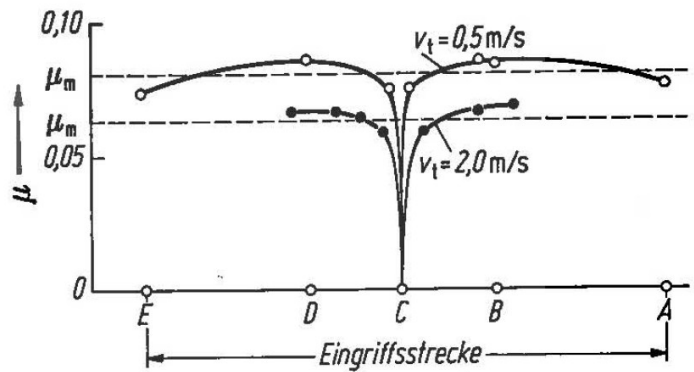


Bild 21.11/5. Verlauf der Reibungszahl μ über dem Zahneingriff; nach [21.11/4]. Mittlere Reibungszahl μ_m .

$$\mu_m = 0,045 \left(\frac{K_A \frac{F_{bt}}{b}}{v_{\Sigma m} \rho_m} \right)^{0,2} \eta_M^{-0,05} X_R \leq 0,2$$

6.7.1.17 Calculate tooth loss factor:

$$H_V = \frac{\pi (u + 1)}{z_1 u \cos \beta_b} (1 - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)$$

6.7.1.18 Tooth friction losses:

$$P_{Vz} = P_a \mu_m H_V$$

6.7.1.19 Tooth friction efficiency:

$$\eta_z = \frac{P_a - P_{Vz}}{P_a}$$

6.7.1.20 Difference in tooth friction losses:

$$\delta P_{Vz} = P_{oVz} - P_{Vz}$$

7 Load distribution factor

Number of planets	3	4	5	6	7
K_Y	1	1,25	1,35	1,43	1,5

DNV-GL, Page 7-13

Application level	Number of planets								Flexible mounting
	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	1,16	1,23	1,32	1,35	1,38	1,47	1,52	-	without
2	1,00	1,05	1,25	1,35	1,44	1,47	1,52	1,61	without
3	1,00	1,00	1,15	1,19	1,23	1,27	1,30	1,33	without
4	1,00	1,00	1,08	1,12	1,16	1,20	1,23	1,26	with

AGMA 6123-C16:

Application level	Description
1	Typical of large, slow-turning planetary gear units
2	Moderate quality, typical of industrial gears
3 & 4	High quality gear units, e.g. for gas turbines

7.1 Safeties

A safe way to define minimum safety factors is: experience. With self calculated, tested and in series produced gearboxes.

If this experience not exists, here are some first values:

Gearbox toothing - minimum safeties		General	Presetting KissSoft	Daimler	Schaeffler (2018)
Root safety	$S_z =$	1.3	1.4	1.3	1.4
Flank safety	$S_{HZ} =$	1.1	1.0	1.1	1.0
Safety against scuffing (integral temperature)	$S_{int\ ZP} =$	2.0	2.0	-	-
Safety against scuffing (flash temperature)	$S_{B\ ZP} =$	2.0	1.5	-	-

The safeties against scuffing according DIN 3990-4:

probability of scuffing		
very high	high	low
$S_{intS} < 1$	$2 \geq S_{intS} \geq 1$	$S_{intS} > 2$
$S_B < 1$	$2 \geq S_B \geq 1$	$S_B > 2$

DIN 3990: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Berechnung der Freßtragfähigkeit; Chapter 3.12

Klein, M. M.: Zur Fresstragfähigkeit von Kegelrad- und Hypoidgetrieben; Dissertation & FVA-Heft 1071; Chapter 5.6 and 6.6

7.2 Characteristic values

7.2.1 K* (K-star)

$$K^* = \frac{F_{t1}}{d_1 \cdot b_1} \cdot \frac{u + 1}{u}$$

$$K^* = \frac{2 \cdot T_1}{d_1^2 \cdot b_1} \cdot \frac{u + 1}{u}$$

$$d_1 = \left[2000 \frac{T_1}{K^* b} \frac{u + 1}{u} \right]^{0.5}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{2000 \cdot T_1}{K^* \cdot f_{bd}} \cdot \frac{u + 1}{u}}$$

$$d_1 = \left[\frac{2000 \cdot T_1}{K^* \cdot f_{bd}} \cdot \frac{u + 1}{u} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$d_1^3 = \frac{2000 T_1}{K^* f_{bd}} \cdot \frac{u + 1}{u}$$

$$f_{db} = \frac{2000 T_1}{K^* d_1^3} \cdot \frac{u + 1}{u}$$

$$U = \frac{F_t}{b m}$$

$$z_1 = \frac{U b d_1^2}{2 T_1}$$

8 Load capacity

8.1 Size factors for root and flank acc. FVA 410 II

Diagrams for YX and ZX copied from document "FVA 410 II Tragfähigkeit Kleingetriebe":

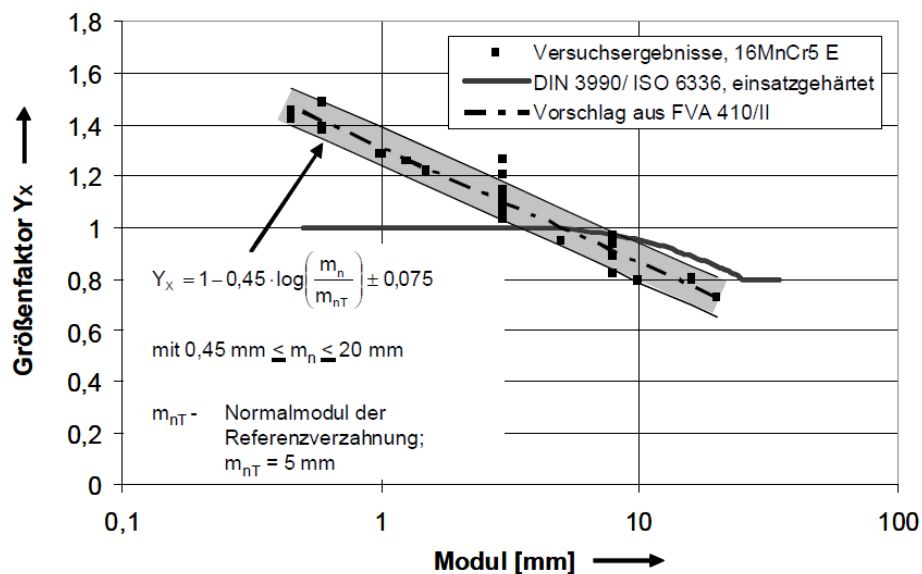


Bild 126: Größenfaktor Zahnfuß (einsatzgehärtet) über dem Modul: Versuchsergebnisse aus FVA 410/I+II, FVA 162/I [52] und FVA 271 [55] für 16MnCr5 E ($\text{Chd} = 0,1 \dots 0,2 \cdot m_n$) und Jeong [28] für einsatzgehärteten Stahl; Verlauf des Größenfaktors nach DIN 3990 [8]/ISO 6336 [27]; Vorschlag für den Verlauf des Größenfaktors, basierend auf den Versuchsergebnissen.

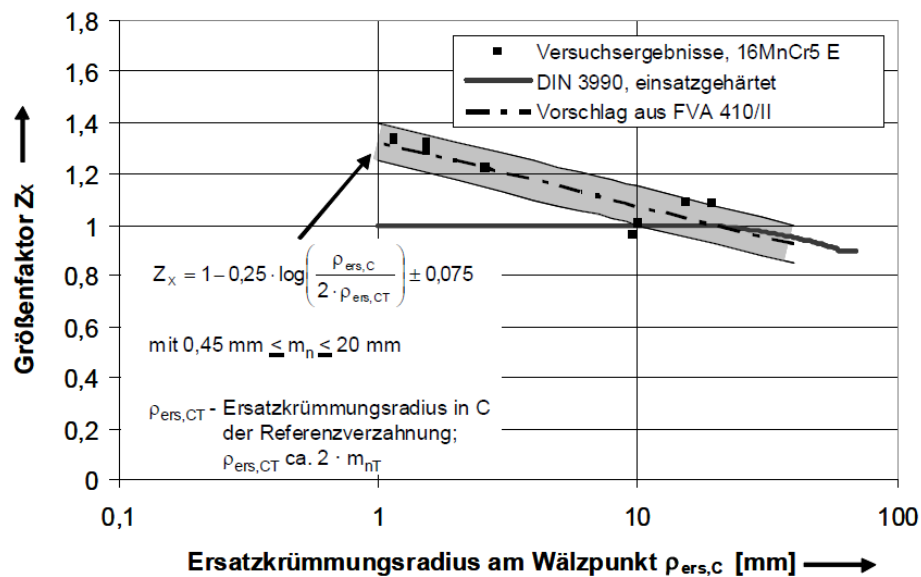


Bild 127: Größenfaktor Zahnflanke (einsatzgehärtet) über dem Ersatzkrümmungsradius am Wälzpunkt C: Versuchsergebnisse aus FVA 410/I+II sowie FVA 271 [55] für 16MnCr5 E ($\text{Chd} = 0,1 \dots 0,2 \cdot m_n$); Verlauf des Größenfaktors nach DIN 3990 [8]; Vorschlag für den Verlauf des Größenfaktors, basierend auf den Versuchsergebnissen.

Calculation of size factors is:

$$Y_x = 1 - 0,45 \log\left(\frac{m_n}{m_{nT}}\right) \pm 0,075$$

$$0,45 \text{ mm} \leq m_n \leq 20 \text{ mm}$$

$$m_{nT} = 5 \text{ mm}$$

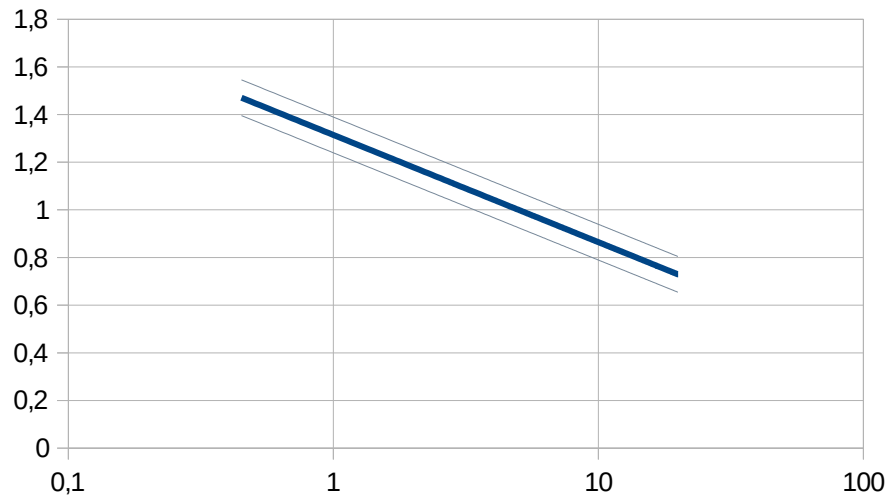
$$Z_x = 1 - 0,25 \log\left(\frac{\rho_{ers,C}}{2 \rho_{ers,C}}\right) \pm 0,075$$

$$0,45 mm \leq m_n \leq 20 mm$$

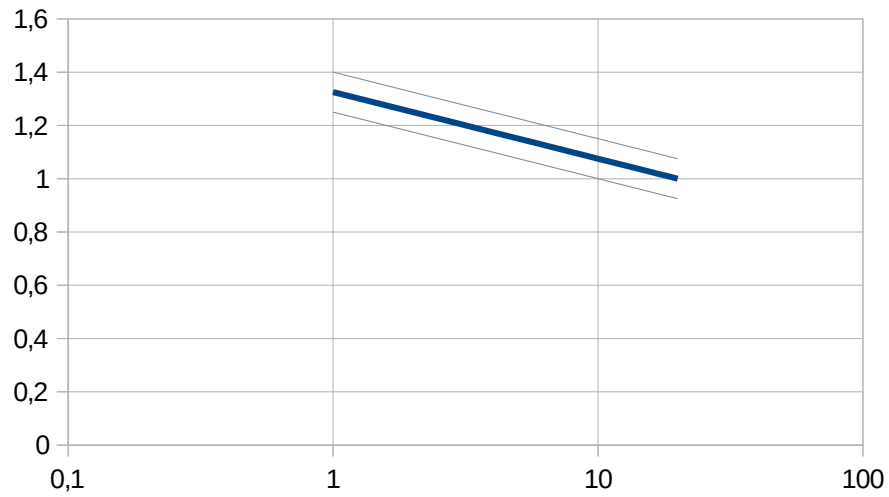
$$\rho_{ers,C} \approx 5 mm$$

“Self” calculated diagram for YX and ZX:

Size factor root acc. FVA 410 II



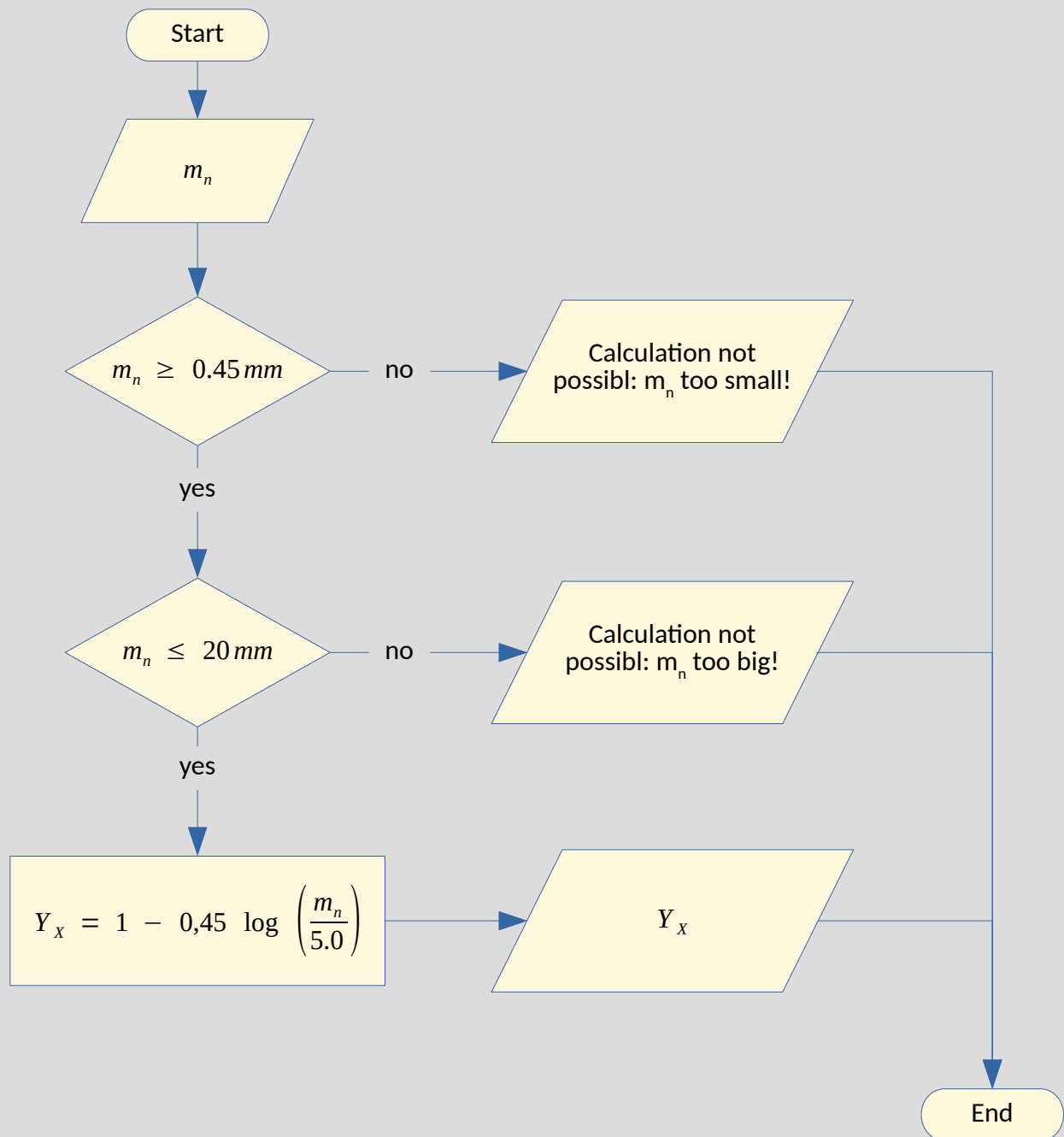
Size factor flank acc. FVA 410 II

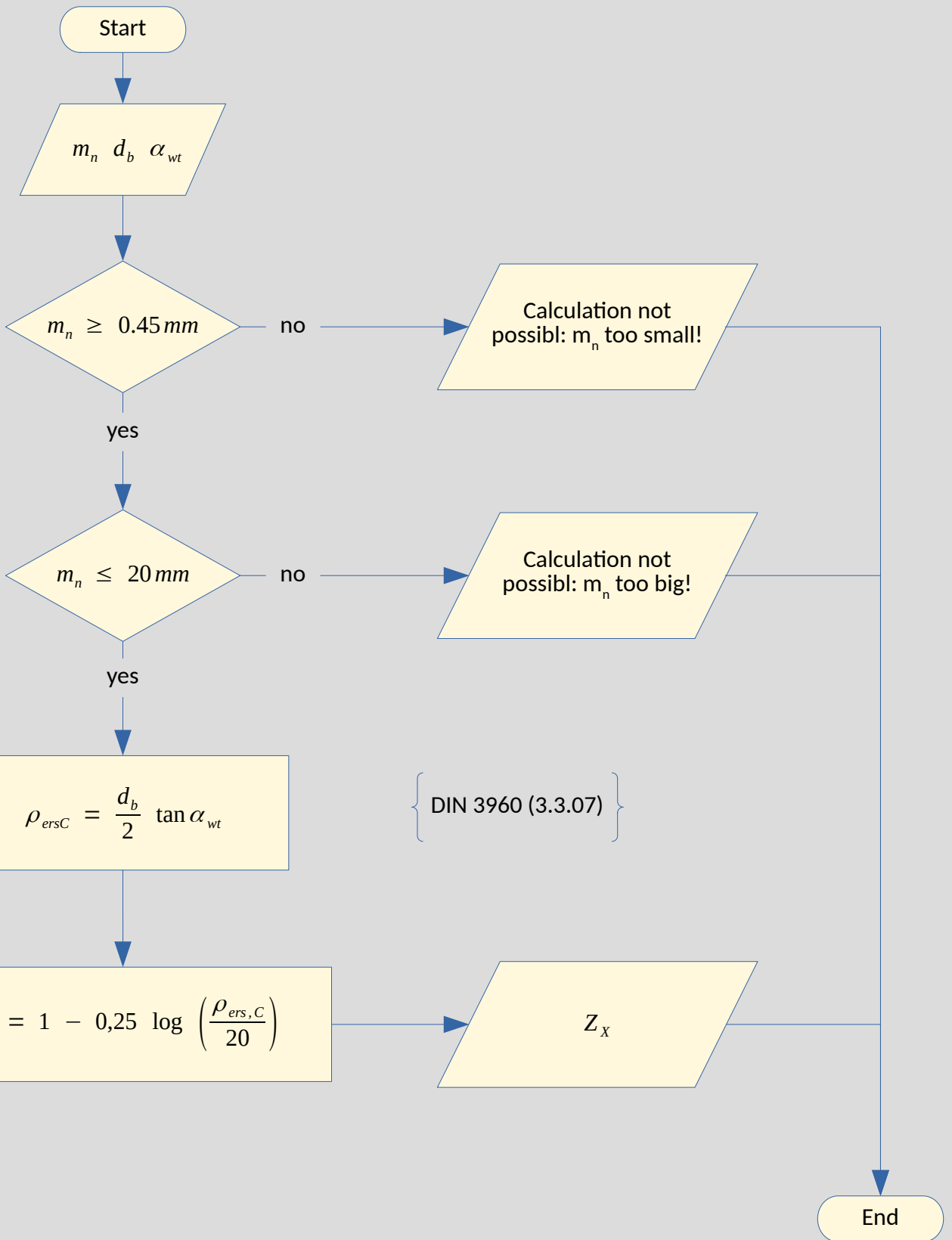


$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta rel T} Y_{R rel T} Y_X = \frac{\sigma_{FE} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta rel T} Y_{R rel T} Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}}$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{k lim} Y_{Sk} Y_{Nk}}{S_{Fmin}} Y_{\delta rel K} Y_{R rel k} Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}}$$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H lim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_v Z_R Z_W Z_X = \frac{\sigma_{HG}}{S_{Hmin}}$$





9 Equivalent torque

$$T_{eq} = \left(\frac{\Delta N_1 \cdot T_1^p + \Delta N_2 \cdot T_2^p + \dots}{N_{eq}} \right)^{\frac{1}{p}}$$

$$N_1 = n_1 \cdot t$$

$$N_1 = \frac{244,73}{min} \cdot 10h \cdot \frac{60min}{1h} = 1,468 \cdot 10^5$$

$$n_{eq} = \frac{\Sigma N}{t_L}$$

10 Shot peening

10.1 Shot peening / blasting for cleaning

Even cleaning blasting increases the tooth root load capacity significantly:

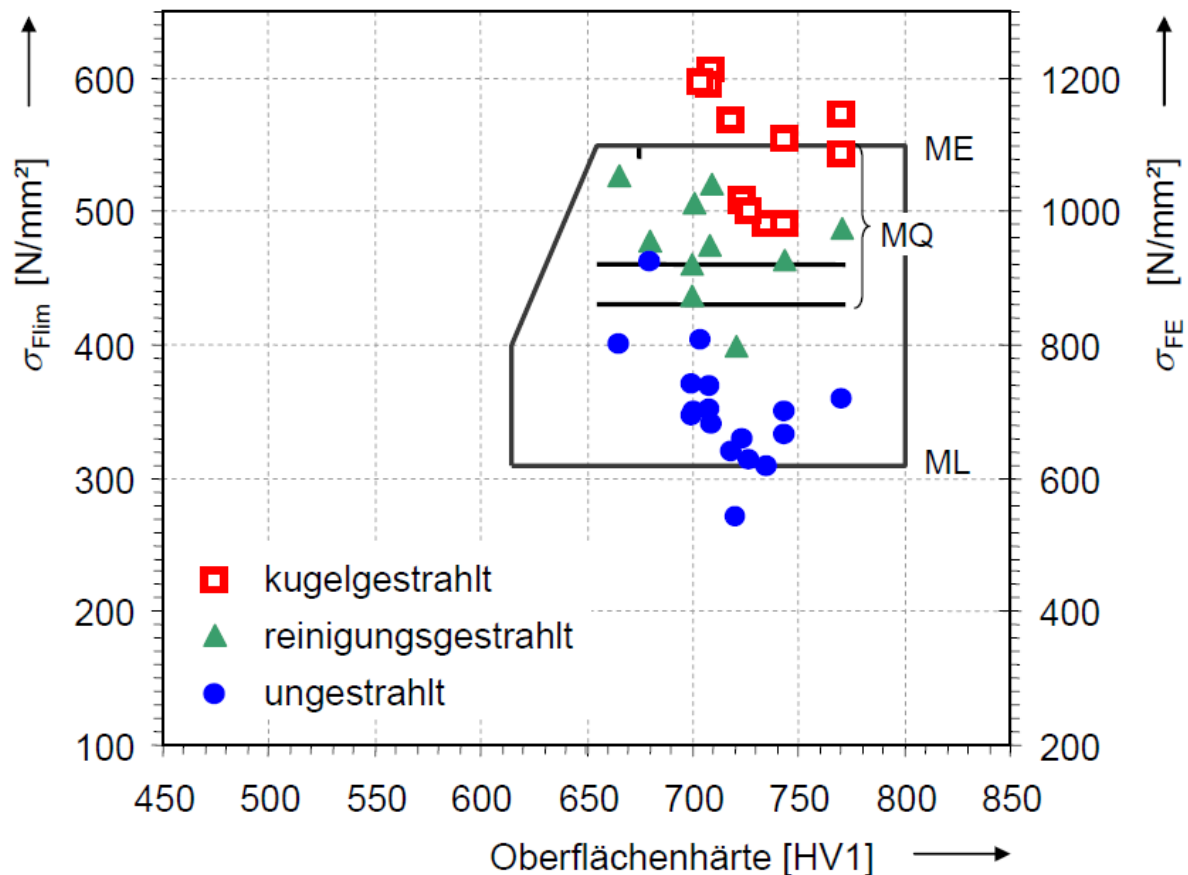
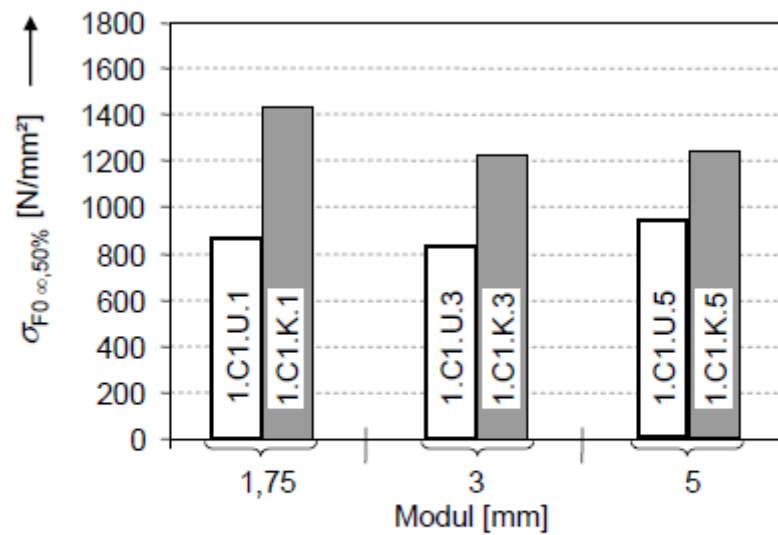


Figure 39 of [1]: Characteristic values for the tooth root fatigue strength of test variants in different shot peened states

(kugelgestrahlt = shot peened; reinigungsgestrahlt = cleaning blasted; ungestrahlt = no blasting or shot peening)

The effect of cleaning blasting is an increasing of the tooth root load capacity of 3 up to 53%. The average is 35%. But with this width range is no save calculation possible. That's the reason for "controlled blasting" as shot peening after the cleaning blasting. This increasing the tooth root load capacity for 40 up to 78%, average is 60% in comparison to a not cleaning blasted gear wheel.



16MnCr5, carbonitriert und ölabgeschreckt

□ 1.C1.U.x ungerahlt ■ 1.C1.K.x kugelgestrahlt

Figure 29 in [1]: Im Pulsatorversuch dauerhaft ertragbare Zahnfuß-Nennspannung $\sigma_{F0\infty,50\%}$ der carbonitrierten und ölabgeschreckten Prüfvarianten aus dem Werkstoff 16MnCr5 nach unterschiedlicher Strahlbehandlung

[1] Stenico, Alessandro: Werkstoffmechanische Untersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder; (Material mechanical studies on the tooth root load capacity of case hardened gears) Dissertation TU München 2007

10.2 Shotpeening for increasing flank safety

Tabelle 10-2 Überblick über die wesentlichen Forschungsergebnisse

<u>Grübchentragfähigkeit</u>	geschliffen	gleitgeschliffen	gestrahlt + gleitgeschliffen	Anmerkung
	$\frac{\sigma_{HD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}{\sigma_{HD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}$	$\frac{\sigma_{HD\infty, 50\%, \text{gleitgeschliffen}}}{\sigma_{HD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}$	$\frac{\sigma_{HD\infty, 50\%, \text{gestr. + gleitgeschl.}}}{\sigma_{HD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}$	positive Effekte der Strahlbehandlung nur in Verbindung mit Gleitschleifen voll nutzbar; für $S_\lambda \geq 2$ keine Bildung von Grauflecken
	1,00	1,11	1,21	

FVA Forschungsvorhaben Nr. 521 I; Heft 957, 2010: Optimierung Flankentragfähigkeit

10.3 Shotpeening for increasing root safety

<u>Zahnfußdauerfestigkeit</u>	geschliffen	gleitgeschliffen	gestrahlt + gleitgeschliffen	Anmerkung
	$\frac{\sigma_{FD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}{\sigma_{FD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}$	$\frac{\sigma_{FD\infty, 50\%, \text{gleitgeschliffen}}}{\sigma_{FD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}$	$\frac{\sigma_{FD\infty, 50\%, \text{gestr. + gleitgeschl.}}}{\sigma_{FD\infty, 50\%, \text{geschliffen}}}$	ein Einfluss des Gleitschleifens ist nicht erkennbar pos. Effekte der Strahlbehandlung begrenzt durch Brüche mit Rissausgang unter der Oberfläche.
	1,00	1,00	1,00 – 1,17	

FVA Forschungsvorhaben Nr. 521 I; Heft 957, 2010: Optimierung Flankentragfähigkeit

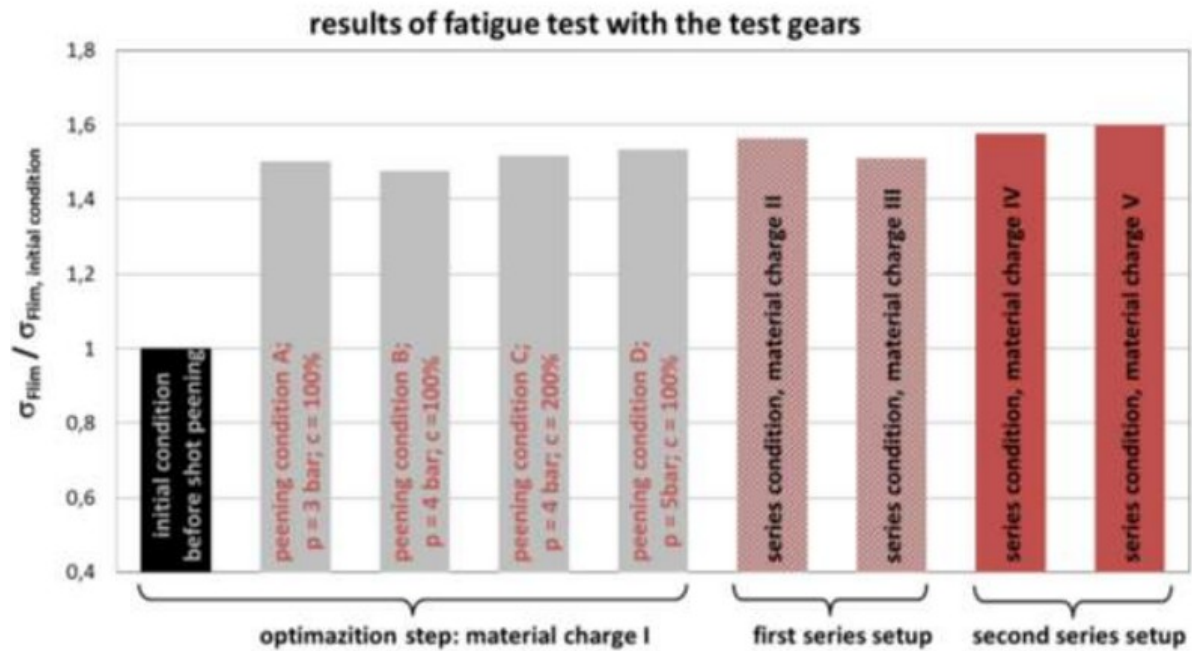


Figure 5: nominal stress numbers value $\sigma_{F\lim}$ normalized to nominal stress numbers value of the initial condition $\sigma_{F\lim, \text{initial condition}}$

Hoffmeister & Hermes ~ Shot peening - performance

	grinded	vibration grinded	shot peened + vibr. grind.	Note
Safety against pitting	$\frac{\sigma_{HD\ 50\% \text{ grinded}}}{\sigma_{HD\ 50\% \text{ grinded}}}$	$\frac{\sigma_{HD\ 50\% \text{ grinded}}}{\sigma_{HD\ 50\% \text{ vibr. grind.}}}$	$\frac{\sigma_{HD\ 50\% \text{ grinded}}}{\sigma_{HD\ 50\% \text{ shot peened + vibr. grind.}}}$	positive effects of shot peening can only be fully utilised in conjunction with vibratory grinding; for $S_\lambda \geq 2$ no micropitting
	1,00	1,11	1,21	

10.4 Shotpeening for increasing micro pitting, scuffing and wear

<u>Graufleckentragfähigkeit</u> (C-GF/8,3/90)	geschliffen	gleitgeschliffen	gestrahlt + gleitgeschliffen	Anmerkung
	SKS	SKS	SKS	auch im Dauertest keine Grauflecken- bildung bei den gleitgeschliffenen Varianten; der Einfluss des Eigenspannungszu- stands ist unterge- ordnet
	9	>10	>10	

<u>Fresstragfähigkeit</u> (A/8,3/90)	geschliffen	gleitgeschliffen	gestrahlt + gleitgeschliffen	Anmerkung
	SKS	SKS	SKS	der Einfluss des Eigenspannungszu- stands auf die Ver- suchsergebnisse ist untergeordnet
	6 – 7	9 – 10	9	

<u>Verschleißtragfähigkeit</u> (C/0,05/90:120/12)	geschliffen	gleitgeschliffen	gestrahlt + gleitgeschliffen	Anmerkung
	Verschleißkategorie	Verschleißkategorie	Verschleißkategorie	als maßgebend ist die Flankenoberflä- che zu bewerten; der Einfluss der Eigenspannungen ordnet sich unter
	mittel/hoch	nicht auswertbar	niedrig	

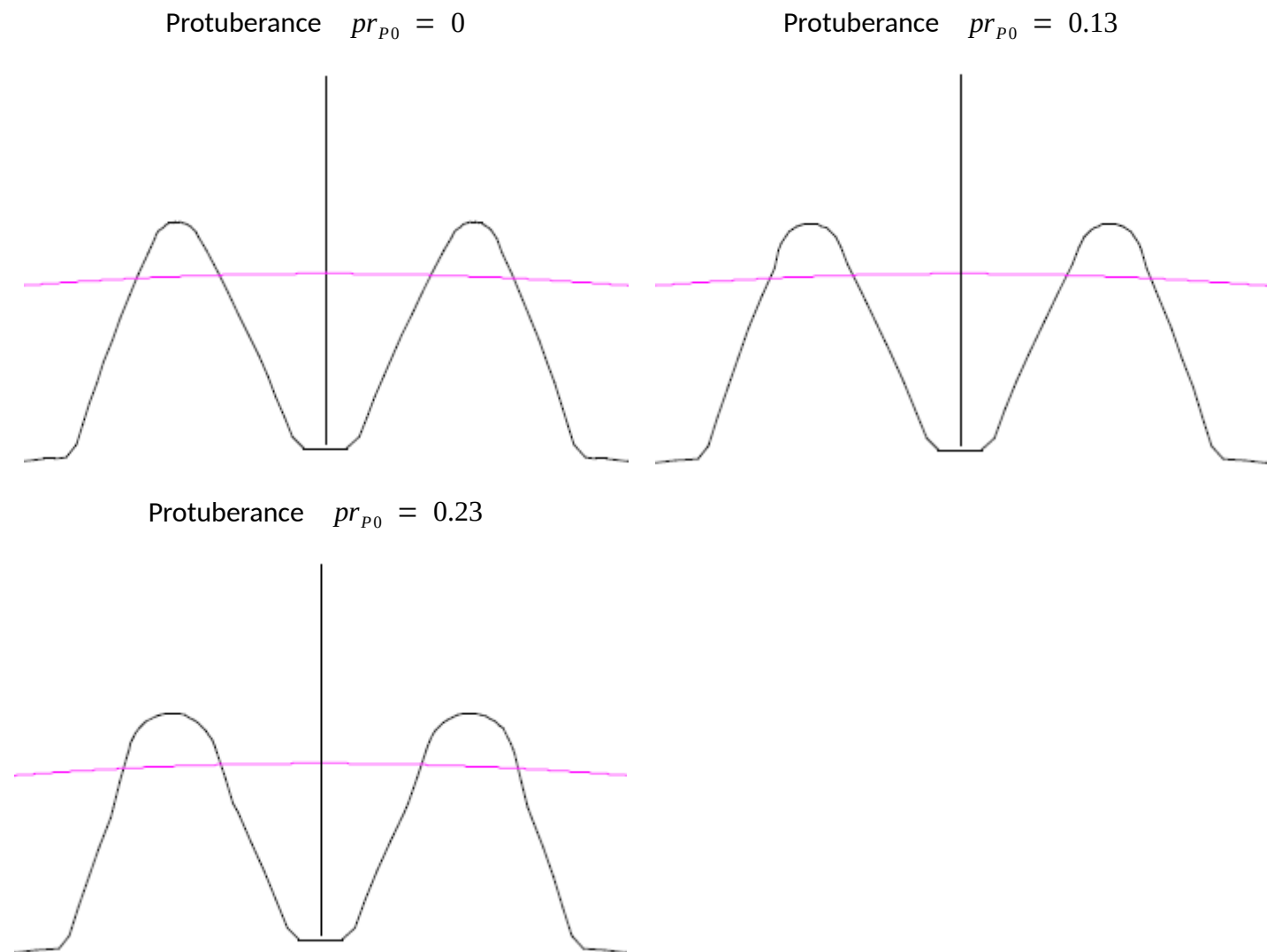
11 Software

11.1 KissSoft

11.1.1 Protuberances in ring gears

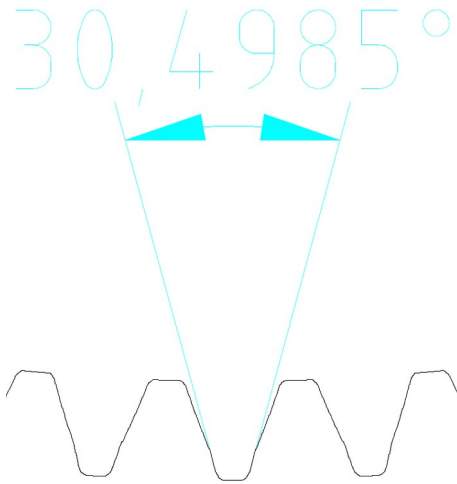
Protuberance in ring gears is with KissSoft not easy.

KissSoft 2017 calculate the active root diameter in a ring gear with a protuberance NOT correct. As sample is here a ring gear of pgs 3 in the 9AT gearbox shown:

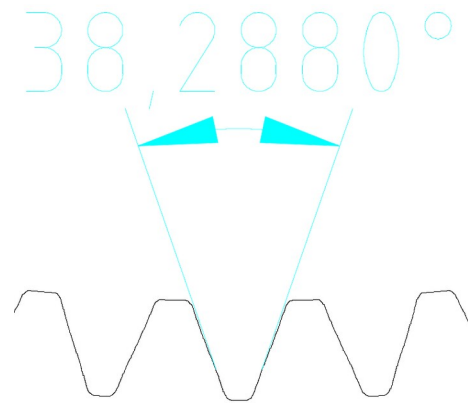


In all cases shows KissSoft a believable graphic, but the report shows for both ring gears the same contact ratio and - total terrible - the same active root diameter!

With protuberance angle $\alpha_{prP0} = 4^\circ$



With protuberance angle $\alpha_{prP0} = 12^\circ$



Form of protuberance in ring gears

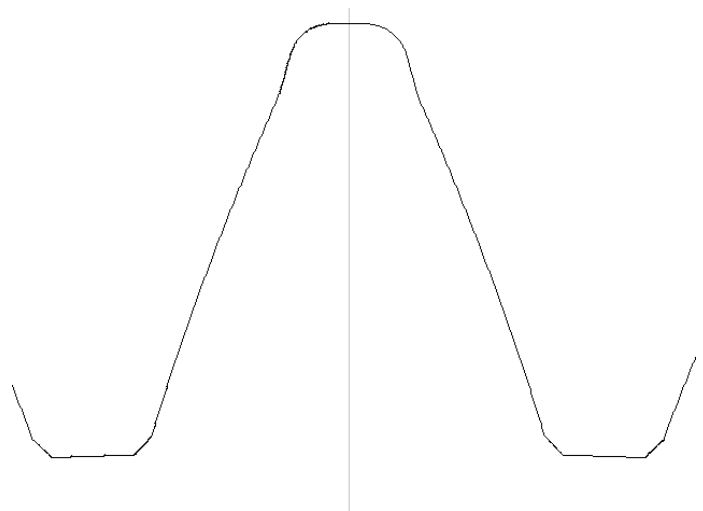
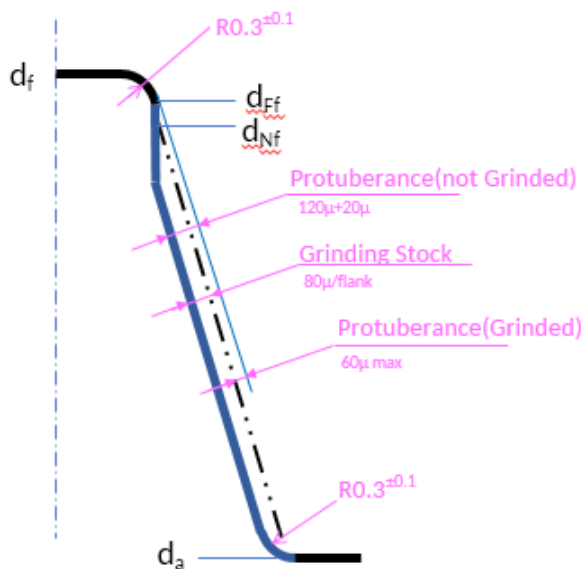
KissSoft is not able to create every possible form of protuberance. An example:

For 9AT is O-Oka a possible supplier of ring gears, O-Oka is able to forging ring gears including the toothing very precise, a quantity 9 is reachable without grinding.

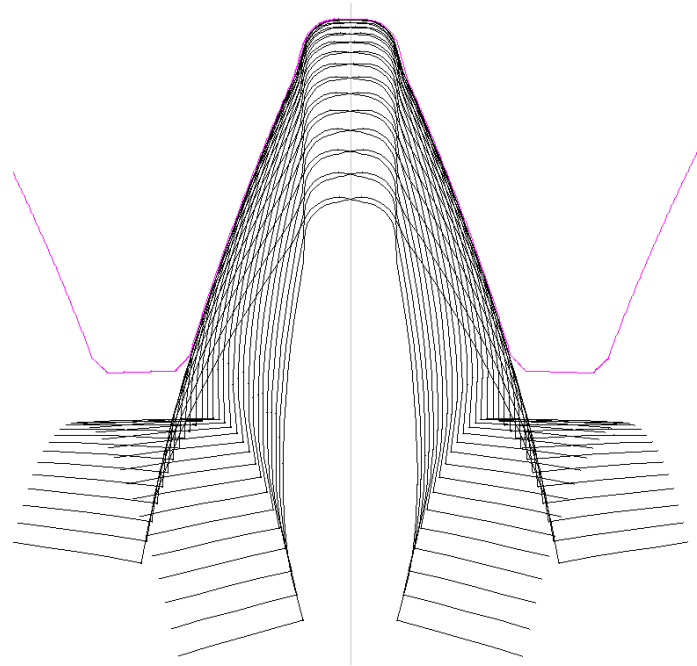
For 9AT was the proposal of O-Oka:

In KissSoft it's not possible to create this protuberance form, also is not calculation of root safety possible.

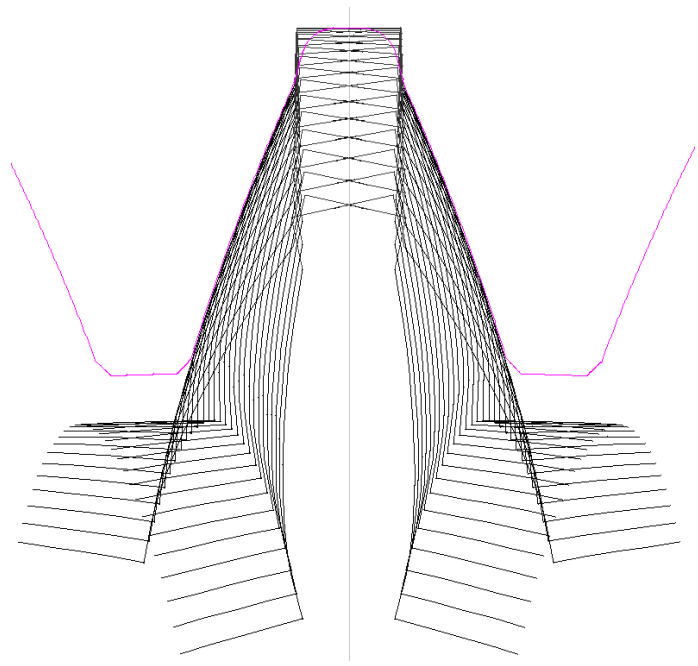
Possible was only this:



Pink line is the tooth form graphic from KissSoft, the generating cuts was drawn by CAD with the KissSoft tool graphic:



Modify of the tool graphic shows, what possible is:



11.2 Gearset with small numbers of teeth

11.2.1 Contact ratio

$$a = 13,475 \text{ mm}$$

$$z = (9) (16) (-42)$$

$$m_n = 1,0573 \text{ mm}$$

Tip alteration (mm)	[k*mn]	0.000	0.000	0.000		
Reference diameter (mm)	[d]	9.516	16.917	-44.407		
Base diameter (mm)	[db]	8.942	15.897	-41.729		
Tip diameter (mm)	[da]	11.550	19.665	-42.429		
(mm)	[da.e/i]	11.550 / 11.540	19.665 / 19.655	-42.429 / -42.439		
Tip diameter allowances (mm)	[Ada.e/i]	0.000 / -0.010	0.000 / -0.010	0.000 / -0.010		
Chamfer (1) / tip rounding (in transverse section: 2,	in axial section: 3,	In normal section: 4)			
		1	1	1		
Tip chamfer (mm)	[hK]	0.100	0.100	0.100		
Tooth tip chamfer angle (°)	[delhK]	45.000	45.000	45.000		
Tip form diameter (mm)	[dFa]	11.350	19.465	-42.629		
(mm)	[dFa.e/i]	11.350 / 11.340	19.465 / 19.455	-42.629 / -42.639		
Active tip diameter (mm)	[dNa.e/i]	11.350 / 11.340	19.465 / 19.455	-42.629 / -42.639		
Operating pitch diameter (mm)	[dw]	9.702	17.248 / 16.585	-43.535		
(mm)	[dw.e]	9.708	17.260 / 16.574	-43.506		
(mm)	[dw.i]	9.696	17.236 / 16.596	-43.564		
Root diameter (mm)	[df]	6.475	14.590	-47.504		
Generating Profile shift coefficient	[xE.e/i]	-0.0903 / -0.1163	0.2298 / 0.1909	-0.1353 / -0.1743		
Manufactured root diameter with xE (mm)	[dfe]	6.365	14.442	-47.652		
Active root diameter (mm)	[dNf]	9.074	16.270/15.930	-45.816		
(mm)	[dNf.e]	9.100	16.284/ 15.938	-45.782		
(mm)	[dNf.i]	9.091	16.260/15.926	-45.842		
Root form diameter (mm)	[dFf]	9.074	15.907	-47.106		
(mm)	[dFf.e/i]	9.100 / 9.091	15.897 / 15.897	-47.277 / -47.366		
Transverse pitch on contact-path (mm)	[pet]	3.121				
Length of path of contact (mm)	[ga]	2.725	5.100			
(mm)	[ga.e/i]	2.676 / 2.643	5.131 / 5.035			
Transverse contact ratio	[eps_a]	0.873	1.634			
Transverse contact ratio with allowances	[eps_a.e/i]	0.857 / 0.847	1.644 / 1.613			

$$d_{bZ} = 8,942$$

$$d_{bP} = 15,987$$

$$a = 13,475$$

$$d_{NaZ} = d_{FaZ} = 11,35$$

$$d_{NaP} = d_{FaP} = 19,465$$

$$\alpha_{wtZP} = 22,832^\circ$$

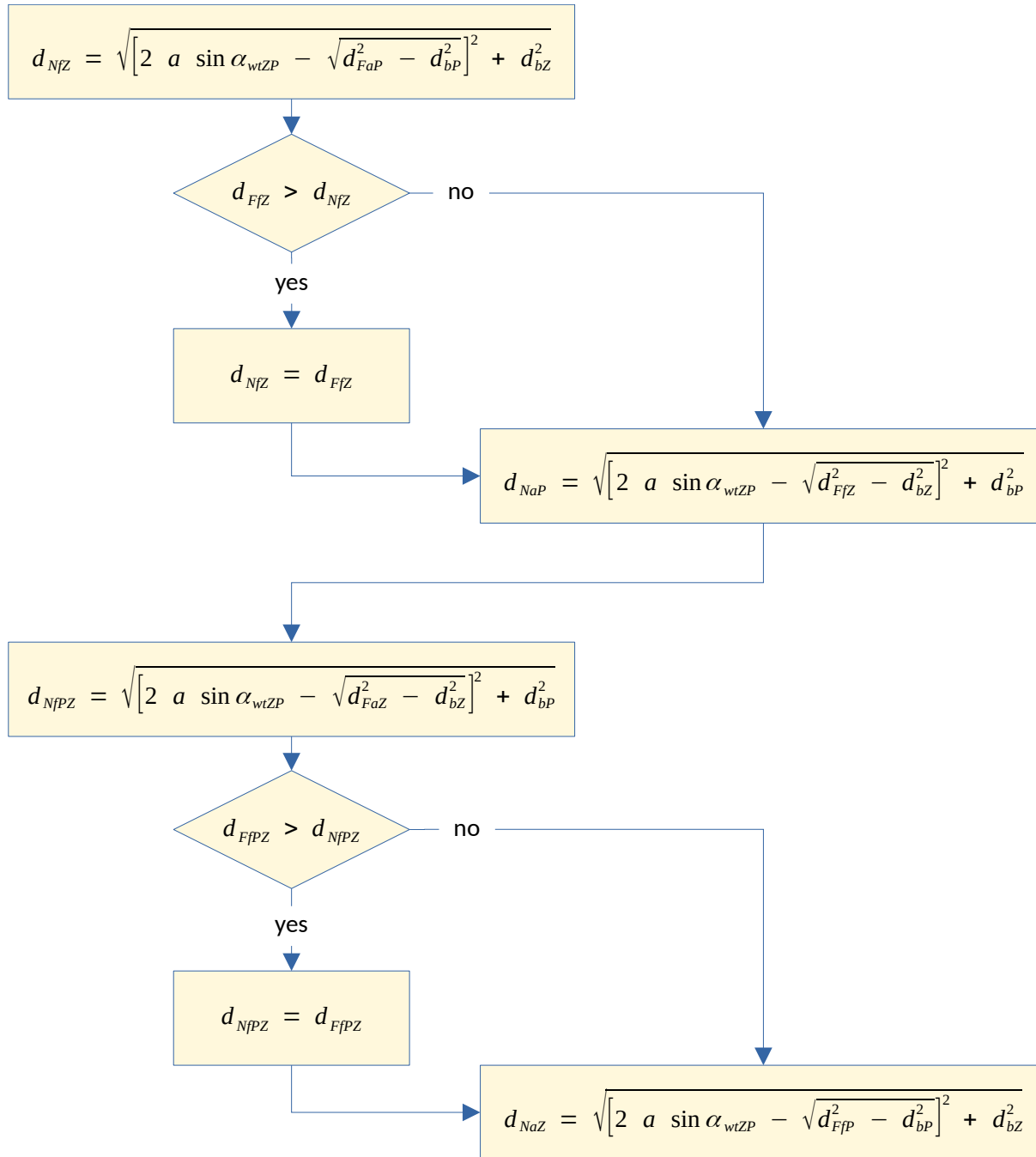
$$d_{FfZ} = 9,074$$

$$d_{FfP} = 15,907$$

$$d_{NfZ} = 9,074$$

$$d_{NfP} = 16,270$$

$$p_{et} = 3,121$$



Because $d_{FfZ} < d_{NfZ}$ is $g_{\alpha ZP} = 0,5 \left[\sqrt{d_{NaZ}^2 - d_{bZ}^2} + \sqrt{d_{NaP}^2 - d_{bP2}^2} - 2 a \sin \alpha_{wtZP} \right]$

d_b	8,942	15,897
d_Na	11,35	19,465
d_Nf	9,074	16,27
alpha_wt	22,8320	
a	13,475	
g_alphaZP	3,883	
p_et	3,210	
epsilon_alpha	1,210	

KissSoft result: $\epsilon_{\alpha} = 0,873$

Tip form diameter (mm)	[dFa]	11.100	19.500	-43.100
(mm)	[dFa.e/i]	11.100 / 11.090	19.500 / 19.490	-43.100 / -43.110
Active tip diameter (mm)	[dNa.e/i]	11.100 / 11.090	19.500 / 19.490	-43.100 / -43.110
Operating pitch diameter (mm)	[dw]	8.983	17.967 / 20.213	-47.163
(mm)	[dw.e]	8.989	17.979 / 20.199	-47.131
(mm)	[dw.i]	8.977	17.955 / 20.226	-47.194
Root diameter (mm)	[df]	6.800	15.200	-47.100
Generating Profile shift coefficient	[xE.e/i]	0.1830 / 0.1441	0.2950 / 0.2367	-3.9809 / -4.0392
Manufactured root diameter with xE (mm)	[df.e]	6.651	14.998	-47.302
(mm)	[df.i]	6.576	14.887	-47.413
Theoretical tip clearance (mm)	[c]	0.275	0.275/0.275	0.425
Tip clearance upper allowance (mm)	[c.e]	0.446	0.401/0.446	0.596
Tip clearance lower allowance (mm)	[c.i]	0.367	0.341/0.367	0.517
Active root diameter (mm)	[dNf]	8.373	16.901/17.007	-46.432
(mm)	[dNf.e]	8.402	16.911/17.018	-46.404

d_b	8,346	16,691
d_Na	11,1	19,5
d_Nf	8,373	16,901
alpha_wt	21,7190	
a	13,475	
g_alphaZP	3,714	
p_et	2,913	
epsilon_alpha	1,275	

11.2.2 Load spectra

Load spectra are to create with positive nominal speed numbers - otherwise is adapt KissSoft the load spectrum not right.

Sample: pgs 1 of 9AT gearbox

The negative sign of the nominal speed is ignored in KissSoft, without any message about this. That can result very different safety factors for the same gear set. It is to check, that the load data in KissSoft are so interpreted how the real loads be!

Pgs 1 duty cycle loads				sun		ring gear		planet carrier	
		nominal torque [Nm]:		500.0		500.0		2000.0	
		nominal speed [1/min]:		3300.0		-950.0		500.0	
		life time [h]:		573.6556					
No.	time [h]	T _i [Nm]	n _i [1/min]	T _e [Nm]	n _e [1/min]	T _r [Nm]	n _r [1/min]		
1	22	-100.00	1500.00	-206.38	-726.80	306.38	0.00		
2	22	-100.00	2500.00	-206.38	-1211.34	306.38	0.00		
3	22	428.60	1500.00	884.56	638.82	-1313.16	919.90		
4	22	400.00	4500.00	825.53	1916.46	-1225.53	2759.70		
5	22	0.00	1630.61	0.00	694.44	0.00	1000.00		
6	22	0.00	2445.92	0.00	1041.67	0.00	1500.00		
7	22	0.00	7337.77	0.00	3125.00	0.00	4500.00		
8	22	-193.43	5460.40	-399.20	5460.40	0.00	5460.40		
9	19.8051	-266.49	4211.80	-550.00	4211.80	0.00	4211.80		
10	22	145.36	6000.00	300.00	6000.00	0.00	6000.00		
11	22	0.00	3000.00	0.00	4131.09	0.00	3761.92		
12	22	60.11	6000.00	124.05	6000.00	60.11	6000.00		
13	22	200.36	5000.00	413.51	5000.00	200.36	5000.00		
14	3.8505	248.95	4000.00	513.79	4000.00	248.95	4000.00		
15	22	-50.09	6500.00	-103.38	6500.00	-50.09	6500.00		
16	22	-100.18	5000.00	-206.76	5000.00	-100.18	5000.00		
17	22	-110.20	4000.00	-227.43	4000.00	-110.20	4000.00		
18	22	0.00	8153.07	0.00	3472.22	0.00	5000.00		
19	22	0.00	8153.07	0.00	3472.22	0.00	5000.00		
20	22	0.00	6522.46	0.00	2777.78	0.00	4000.00		
21	22	-42.06	5500.00	-86.80	2342.33	128.86	3372.96		
22	22	42.06	5721.50	86.80	2436.67	-128.86	3508.80		
23	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
24	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
25	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
26	22	29.71	3500.00	61.32	-1695.88	-91.03	0.00		
27	22	-16.47	3500.00	-34.00	-1695.88	50.47	0.00		

KissSoft data sun			
contents:	h	T	n
	3.83505	-0.20000	0.45455
	3.83505	-0.20000	0.75758
	3.83505	0.85720	0.45455
	3.83505	0.80000	1.36364
	3.83505	0.00000	0.49413
	3.83505	0.00000	0.74119
	3.83505	0.00000	2.22357
	3.83505	-0.38685	1.65467
	3.45244	-0.53299	1.27630
	3.83505	0.29072	1.81818
	3.83505	0.00000	0.90909
	3.83505	0.12022	1.81818
	3.83505	0.40072	1.51515
	0.67122	0.49790	1.21212
	3.83505	-0.10018	1.96970
	3.83505	-0.20036	1.51515
	3.83505	-0.22040	1.21212
	3.83505	0.00000	2.47063
	3.83505	0.00000	2.47063
	3.83505	0.00000	1.97650
	3.83505	-0.08412	1.66667
	3.83505	0.08412	1.73379
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.05942	1.06061
	3.83505	-0.03295	1.06061

KissSoft data ring gear			
contents:	h	T	n
	3.83505	-0.41277	0.76506
	3.83505	-0.41277	1.27509
	3.83505	1.76911	-0.67244
	3.83505	1.65106	-2.01732
	3.83505	0.00000	-0.73099
	3.83505	0.00000	-1.09649
	3.83505	0.00000	-3.28947
	3.83505	-0.79840	-5.74779
	3.45244	-1.10000	-4.43347
	3.83505	0.60000	-6.31579
	3.83505	0.00000	-4.34852
	3.83505	0.24811	-6.31579
	3.83505	0.82703	-5.26316
	0.67122	1.02758	-4.21053
	3.83505	-0.20676	-6.84211
	3.83505	-0.41351	-5.26316
	3.83505	-0.45486	-4.21053
	3.83505	0.00000	-3.65497
	3.83505	0.00000	-3.65497
	3.83505	0.00000	-2.92398
	3.83505	-0.17361	-2.46561
	3.83505	0.17361	-2.56491
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.12264	1.78513
	3.83505	-0.06799	1.78513

KissSoft data planet carrier			
contents:	h	T	n
	3.83505	0.15319	0.00000
	3.83505	0.15319	0.00000
	3.83505	-0.65658	1.83980
	3.83505	-0.61277	5.51939
	3.83505	0.00000	2.00000
	3.83505	0.00000	3.00000
	3.83505	0.00000	9.00000
	3.83505	0.00000	10.92080
	3.45244	0.00000	8.42360
	3.83505	0.00000	12.00000
	3.83505	0.00000	7.52383
	3.83505	0.03005	12.00000
	3.83505	0.10018	10.00000
	0.67122	0.12448	8.00000
	3.83505	-0.02505	13.00000
	3.83505	-0.05009	10.00000
	3.83505	-0.05510	8.00000
	3.83505	0.00000	10.00000
	3.83505	0.00000	10.00000
	3.83505	0.00000	8.00000
	3.83505	0.06443	6.74592
	3.83505	-0.06443	7.01760
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	-0.04551	0.00000
	3.83505	0.02524	0.00000

Internal gear		Sun gear	
Own Input			
	Frequency [%]	Torque [Nm]	Speed [1/min]
1	3.835054	-206.3830	726.8042
2	3.835054	-206.3830	1211.3402
3	3.835054	884.5575	-638.8180
4	3.835054	825.5319	-1916.4550
5	3.835054	0.0000	-694.4443
6	3.835054	0.0000	-1041.6664
7	3.835054	0.0000	-3125.0003
8	3.835054	-399.2000	-5460.3996
9	3.452437	-550.0000	-4211.8003
10	3.835054	300.0000	-5999.9996

Internal gear		Sun gear	
Own Input			
	Frequency [%]	Speed [1/min]	
1	3.835054	1499.9985	
2	3.835054	2500.0008	
3	3.835054	1499.9985	
4	3.835054	4499.9988	
5	3.835054	1630.6158	
6	3.835054	2445.9204	
7	3.835054	7337.7645	
8	3.835054	5460.4011	
9	3.452437	4211.7999	
10	3.835054	6000.0006	

Results with load spectrum (Own Input)

Contact ratio ($\epsilon_{am}/\epsilon_p/\epsilon_{ym}$) sun - planets	1.614 /	1.986 /	3.599
Contact ratio ($\epsilon_{am}/\epsilon_p/\epsilon_{ym}$) planets - internal gear	1.732 /	1.986 /	3.718

	Sun	Planets	Internal gear
Actual tip circle (mm)	66.200	37.000	128.000
Root safety	1.9275	1.5958	1.0631
Safety against fatigue failure with gear rim influence according to VDI 2737 is indicated for internal gears.			
Flank safety	1.3884	1.4986	1.3608
Safety of hardened layer (DNV 41.2)	4.3868	4.3868	3.7792
Safety against scuffing (integral temperature)		2.5333	3.4406
Safety against scuffing (flash temperature)		4.9976	8.8197

Loads with positive nominal speed numbers for KissSoft

Pgs 1 duty cycle loads				sun		ring gear		planet carrier	
		nominal torque [Nm]:		500.0		500.0		2000.0	
		nominal speed [1/min]:		3300.0		950.0		500.0	
		life time [h]:		573.6556					
No.	time [h]	T_e [Nm]	n_1 [1/min]	T_e [Nm]	n_1 [1/min]	T_e [Nm]	n_1 [1/min]	T_e [Nm]	n_1 [1/min]
1	22	-100.00	1500.00	-206.38	-726.80	306.38	0.00		
2	22	-100.00	2500.00	-206.38	-1211.34	306.38	0.00		
3	22	428.60	1500.00	884.56	638.82	-1313.16	919.90		
4	22	400.00	4500.00	825.53	1916.46	-1225.53	2759.70		
5	22	0.00	1630.61	0.00	694.44	0.00	1000.00		
6	22	0.00	2445.92	0.00	1041.67	0.00	1500.00		
7	22	0.00	7337.77	0.00	3125.00	0.00	4500.00		
8	22	-193.43	5460.40	-399.20	5460.40	0.00	5460.40		
9	19.8051	-266.49	4211.80	-550.00	4211.80	0.00	4211.80		
10	22	145.36	6000.00	300.00	6000.00	0.00	6000.00		
11	22	0.00	3000.00	0.00	4131.09	0.00	3761.92		
12	22	60.11	6000.00	124.05	6000.00	60.11	6000.00		
13	22	200.36	5000.00	413.51	5000.00	200.36	5000.00		
14	3.8505	248.95	4000.00	513.79	4000.00	248.95	4000.00		
15	22	-50.09	6500.00	-103.38	6500.00	-50.09	6500.00		
16	22	-100.18	5000.00	-206.76	5000.00	-100.18	5000.00		
17	22	-110.20	4000.00	-227.43	4000.00	-110.20	4000.00		
18	22	0.00	8153.07	0.00	3472.22	0.00	5000.00		
19	22	0.00	8153.07	0.00	3472.22	0.00	5000.00		
20	22	0.00	6522.46	0.00	2777.78	0.00	4000.00		
21	22	-42.06	5500.00	-86.80	2342.33	128.86	3372.96		
22	22	42.06	5721.50	86.80	2436.67	-128.86	3508.80		
23	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
24	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
25	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
26	22	29.71	3500.00	61.32	-1695.88	-91.03	0.00		
27	22	-16.47	3500.00	-34.00	-1695.88	50.47	0.00		

KissSoft data sun			
contents:	h	T	n
	3.83505	-0.20000	0.45455
	3.83505	-0.20000	0.75758
	3.83505	0.85720	0.45455
	3.83505	0.80000	1.36364
	3.83505	0.00000	0.49413
	3.83505	0.00000	0.74119
	3.83505	0.00000	2.22357
	3.83505	-0.38685	1.65467
	3.45244	-0.53299	1.27630
	3.83505	0.29072	1.81818
	3.83505	0.00000	0.90909
	3.83505	0.12022	1.81818
	3.83505	0.40072	1.51515
	0.67122	0.49790	1.21212
	3.83505	-0.10018	1.96970
	3.83505	-0.20036	1.51515
	3.83505	-0.22040	1.21212
	3.83505	0.00000	2.47063
	3.83505	0.00000	2.47063
	3.83505	0.00000	1.97650
	3.83505	-0.08412	1.66667
	3.83505	0.08412	1.73379
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.12264	-1.78513
	3.83505	-0.06799	-1.78513

KissSoft data ring gear			
contents:	h	T	n
	3.83505	-0.41277	-0.76506
	3.83505	-0.41277	-1.27509
	3.83505	1.76911	0.67244
	3.83505	1.65106	2.01732
	3.83505	0.00000	0.73099
	3.83505	0.00000	1.09649
	3.83505	0.00000	3.28947
	3.83505	-0.79840	5.74779
	3.45244	-1.10000	4.43347
	3.83505	0.60000	6.31579
	3.83505	0.00000	4.34852
	3.83505	0.24811	6.31579
	3.83505	0.82703	5.26316
	0.67122	1.02758	4.21053
	3.83505	-0.20676	6.84211
	3.83505	-0.41351	5.26316
	3.83505	-0.45486	4.21053
	3.83505	0.00000	3.65497
	3.83505	0.00000	3.65497
	3.83505	0.00000	2.92398
	3.83505	-0.17361	2.46561
	3.83505	0.17361	2.56491
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.12264	-1.78513
	3.83505	-0.06799	-1.78513

KissSoft data planet carrier			
contents:	h	T	n
	3.83505	0.15319	0.00000
	3.83505	0.15319	0.00000
	3.83505	-0.65658	1.83980
	3.83505	-0.61277	5.51939
	3.83505	0.00000	2.00000
	3.83505	0.00000	3.00000
	3.83505	0.00000	9.00000
	3.83505	0.00000	10.92080
	3.45244	0.00000	8.42360
	3.83505	0.00000	12.00000
	3.83505	0.00000	7.52383
	3.83505	0.03005	12.00000
	3.83505	0.10018	10.00000
	0.67122	0.12448	8.00000
	3.83505	-0.02505	13.00000
	3.83505	-0.05009	10.00000
	3.83505	-0.05510	8.00000
	3.83505	0.00000	10.00000
	3.83505	0.00000	10.00000
	3.83505	0.00000	8.00000
	3.83505	0.06443	6.74592
	3.83505	-0.06443	7.01760
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	0.00000	0.00000
	3.83505	-0.04551	0.00000
	3.83505	0.02524	0.00000

Internal gear		Planet carrier	
Own Input			
	Frequency [%]	Torque factor	Speed factor
1	3.835054	-0.4128	-0.7651
2	3.835054	-0.4128	-1.2751
3	3.835054	1.7691	0.6724
4	3.835054	1.6511	2.0173
5	3.835054	0.0000	0.7310
6	3.835054	0.0000	1.0965
7	3.835054	0.0000	3.2895
8	3.835054	-0.7984	5.7478
9	3.452437	-1.1000	4.4335
10	3.835054	0.6000	6.3158

Internal gear	Planet carrier	
Own Input		
	Frequency [%]	Speed factor
1	3.835054	0.0000
2	3.835054	0.0000
3	3.835054	1.8398
4	3.835054	5.5194
5	3.835054	2.0000
6	3.835054	3.0000
7	3.835054	9.0000
8	3.835054	10.9208
9	3.452437	8.4236
10	3.835054	12.0000

Results with load spectrum (Own Input)

Contact ratio ($\epsilon_{am}/\epsilon_p/\epsilon_{ym}$) sun - planets	1.614 /	1.986 /	3.599
Contact ratio ($\epsilon_{am}/\epsilon_p/\epsilon_{ym}$) planets - internal gear	1.732 /	1.986 /	3.718

	Sun	Planets	Internal gear
Actual tip circle (mm)	66.200	37.000	128.000
Root safety	2.7535	1.5959	1.5184
Safety against fatigue failure with gear rim influence according to VDI 2737 is indicated for internal gears.			
Flank safety	1.3884	1.4986	1.3608
Safety of hardened layer (DNV 41.2)	4.1797	4.1797	3.6534
Safety against scuffing (integral temperature)		2.5333	3.4406
Safety against scuffing (flash temperature)		4.9976	8.8197